Institut für Elektrische Energiesysteme
Fachgebiet Elektrische Energieversorgung
Prof. Dr.-Ing. habil. L. Hofmann

Leibniz Universität Hannover

Leibniz Universität Hannover

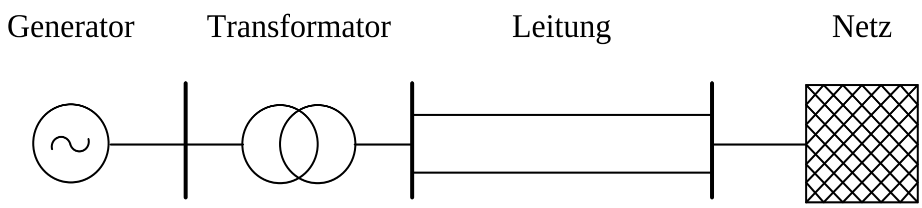
Institut für Elektrische Energiesysteme

Fachgebiet Elektrische Energieversorgung

Formelsammlung

Elektrische Energieversorgung

Lutz Hofmann



7. Auflage, Stand: September 2022

Vorwort zur siebten Auflage

In dieser Formelsammlung sind Definitionen und Formeln aus den Vorlesungen *Grundlagen der elektrischen Energieversorgung* und *Elektrische Energieversorgung I* und *II* zusammengestellt. Vertiefende Beschreibungen und Erläuterungen sind Hofmann, L.: *Elektrische Energieversorgung*, Band I bis III, De Gruyter Studium, 2019 sowie den oben genannten Vorlesungen und zugehörigen Hörsaalübungen zu entnehmen.

Die Formelsammlung stellt zunächst neben einigen mathematischen Zusammenhängen die elementaren (mathematischen) Definitionen der elektrischen Energieversorgung vor, wie bspw. ruhende Effektivwertzeiger, das Verbraucherzählpfeilsystem sowie die Zwei- und Mehrpoldarstellung. Aus den Spannungsgleichungen des symmetrischen Drehstromsystems wird mithilfe der Symmetriebedingungen die Strangersatzschaltung hergeleitet. Die Symmetrischen Komponenten ermöglichen im Fehlerfall durch Verschaltung der Komponentensysteme die Berechnung von unsymmetrischen Betriebszuständen, bspw. in Folge von Kurzschlüssen oder Unterbrechungen.
Für die systembestimmenden Betriebsmittel von elektrischen Energieversorgungssystemen wie Ersatznetze, Synchronmaschinen, Asynchronmaschinen, Transformatoren und Leitungen werden die jeweiligen Ersatzschaltungen für das Mit-, Gegen- und Nullsystem für die Berechnung des stationären Betriebsverhaltens der Netzkomponenten vorgestellt und soweit erforderlich um das transiente und subtransiente Betriebsverhalten ergänzt.
Abschließend werden grundlegende Verfahren zur Netzberechnung, Betriebsmittelauslegung und Netzregelung vorgestellt, wie bspw. die Stromverteilung in Mittel- und Niederspannungsnetzen, Stabilitätsuntersuchung des Einmaschinenproblems, Netzregelung auf Basis des Bilanzmodells sowie die Kurschlussstromberechnung insbesondere nach der IEC EN 60909. Weiterhin werden verschiedene Arten der Sternpunkterdung vorgestellt.

Da sich die Inhalte der Vorlesung *Grundlagen der elektrischen Energieversorgung* auf symmetrische Drehstromsysteme beschränken, sind für Studierende dieser Vorlesung die jeweiligen Ausführungen zu den Ersatzschaltungen der Betriebsmittel für das Mitsystem ausreichend.

Die Autoren hoffen, dass diese Formelsammlung nicht nur vorlesungsbegleitend als Hilfsmittel für die Klausuren dienen kann, sondern auch über das Studium der elektrischen Energieversorgung hinaus Anwendung finden wird.

Dies ist die siebte Auflage der Formelsammlung. Falls Sie Anregungen zu Form und Inhalt dieser Auflage haben, schreiben Sie gerne an hofmann@ifes.uni-hannover.de.

Hannover, September 2022

Lutz Hofmann und die wissenschaftlichen Mitarbeiter des Fachgebiets Elektrische Energieversorgung des IfES

Inhaltsverzeichnis

1 Verwendete Formelzeichen und Abkürzungen

Allgemeine Zeichen

g	Momentanwert	$\boldsymbol{A}$	Matrix
$\hat{g}$	Amplitudenwert	$\boldsymbol{a}$	(Spalten-)Vektor
G	Effektivwert	j	imaginäre Einheit

Allgemeine Erläuterungen

Elektrische Größen werden als Effektivwerte angegeben.	U, I
Die in den Formeln von Systemen in der Strangersatzschaltung angegebenen Größen sind Stranggrößen.	U, I
Bemessungsgrößen werden durch einen tiefgestellten Index r (rated) gekennzeichnet.	U_{r}
Nennspannungen (Index n) und Bemessungsspannungen sind Leiter-Leiter-Spannungen.	U_{n}, U_{r}
Zeitabhängige Größen werden mit Kleinbuchstaben angegeben.	u, i
Komplexe Größen werden durch Unterstreichen gekennzeichnet.	$\underline{U}$, $\underline{I}$

Nomenklatur gemäß DIN EN 60027-7:2011

Position	Bedeutung	Beispiel	Erläuterung
0	Kennzeichen der Größe	U_{q}, X_{σ}, I_{r}	
1	Natürliche Größe a, b, c oder modale Komponente 1, 2, 0	$\underline{U}_{1}$	Spannung im Mitsystem
2	Betriebszustand	$\underline{U}_{\mathrm{1k1}}$	beim einpoligen-Kurzschluss
3	Elektrisches Betriebsmittel	$\underline{U}_{\mathrm{1k1T4}}$	am Transformator T4
4	Ort	$\underline{U}_{\mathrm{1k1T4OS}}$	auf der OS-Seite
5	Zusätzlicher Hinweis	$\underline{U}_{\mathrm{1k1T4OSmax}}$	höchster Wert

Hinweis:

Bei fest definierten Größen nach DIN EN 60027-7:2011 werden die spezifischen (Vorzugs-) Kennzeichen der jeweiligen Größen vorangestellt (Position 0):

Quellenspannung im Mitsystem: U_{q1}

Quellenspannung im Leiter a: U_{qa}

Formelzeichen

a	Abstand
A	Querschnittsfläche, Energieertrag
B	Blindleitwert (Suszeptanz), magnetische Flussdichte
c	Spannungsbeiwert
C	Kapazität
d	Durchmesser, Dämpfung
E	Energie
F	Kraft
G	Wirkleitwert (Konduktanz)
H	magnetische Feldstärke
I	Strom
k	Leistungszahl, Unsymmetriefaktor
K	Korrekturfaktor
l	Länge
L	Induktivität
n	Drehzahl
p	Polpaarzahl
P	Wirkleistung
Q	Blindleistung, Wärme
R	Widerstand
s	Statik, Schlupf
S	Scheinleistung
t	Zeit
T	Periodendauer (harmonische Größen)
U	Spannung
v	Vermaschungsgrad, Verstimmung
w	Windungszahl
$ü$	Übersetzungsverhältnis beim Transformator
Z	Impedanz, Widerstandsmo-ment
γ	Ausbreitungskoeffizient
δ	Polradwinkel, Erdfehlerfaktor
ε	Erregergrad
η	Wirkungsgrad
ρ_{E}	spezifischer Erdwiderstand
φ	Phasenwinkel
σ	Mechanische Spannung
ω	Kreisfrequenz, elektr. Winkelgeschwindigkeit
Ω	mech. Winkelgeschwindigkeit

Abkürzungen

E	Erde
ESB	Ersatzschaltung
EZS	Erzeugerzählpfeilsystem
ind.	induktiv
kap.	kapazitiv
M	Sternpunkt
SK	Symmetrische Komponenten
VZS	Verbraucherzählpfeilsystem

Spezielle Formelzeichen

$\underline{a} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\,2\pi/3}$	komplexer Drehoperator mit der Länge 1 (Einheitsphasor)
Δ	Änderungsgröße
$\lvert\underline{G}\rvert = G$	Betrag von $\underline{G}$
$\mathrm{Re}\{\underline{G}\} = G_{\perp}$	Realteil von $\underline{G}$
$\mathrm{Im}\{\underline{G}\} = G_{\perp\perp}$	Imaginärteil von $\underline{G}$

Schreibweise physikalischer Größen

$\underline{G} = \{\underline{G}\}[\underline{G}]$	Zahlenwert $\{\underline{G}\}$	physikalische Größe $\underline{G}$ = Produkt aus Zahlenwert $\{\underline{G}\}$ und Maßeinheit $[\underline{G}]$
z.B. $\underline{U} = 20\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\pi/6}\,\mathrm{kV}$	Maßeinheit $[\underline{G}]$	

Beispiele für bezogene und längenbezogene Größen:

$\underline{z} = \underline{Z} / \underline{Z}_B$	Bezogene Impedanz $\underline{z}$ mit Bezugsimpedanz $\underline{Z}_B$ in p.u. oder in %
$\underline{Z}' = \underline{Z} / l$	Längenbezogene Impedanz $\underline{Z}'$ in Ω/m oder Ω/km

Hochgestellte Indizes

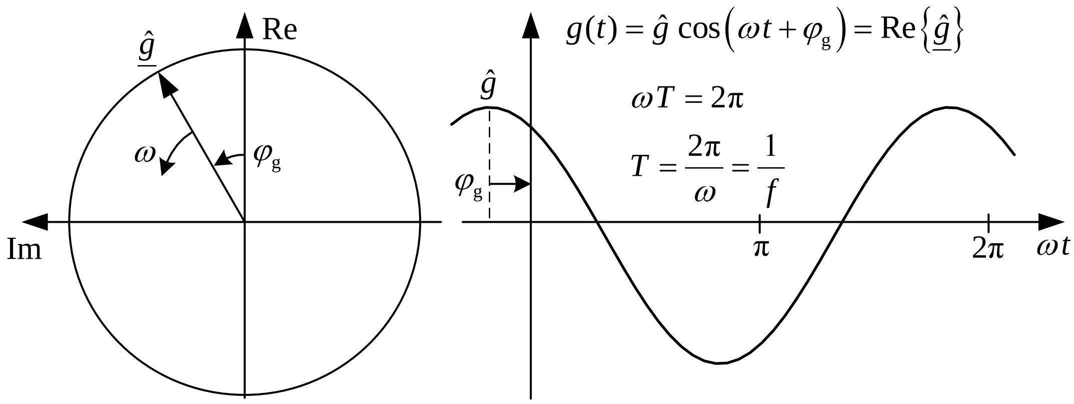
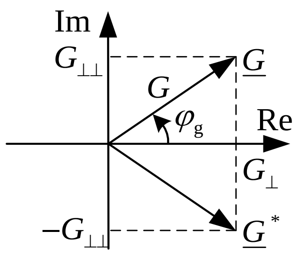
'	Transiente, längenbezogene, auf die Ständerseite umgerechnete oder auf eine Spannungsebene bezogene Größe
"	subtransiente Größe (Spannung, Reaktanz, etc.)
*	konjugiert komplexe Größe
T	transponierte(r) Matrix/Vektor

Tiefgestellte Indizes (Auswahl)

Δ	Größe in Dreieckschaltung
Y	Größe in Sternschaltung
1, 2, 0	Mit-(1), Gegen-(2), Null(0)-system
0	synchron
a, b, c	Leiter a, Leiter b, Leiter c
ab	abgeführt
b	Blind-
B	Bezugs-
C	kapazitiv, Lade-
d	d-Anteil
D	Dämpferlängsachse-, Dämpfung
el	elektrisch
ers	Ersatz-
erz	Erzeugung
f	Feld-(Erreger-)
F	Fehler-
g	Gegen-
G	Generator-
i	innere Größe, Innen-
i, j, ν	Zählindex
inst	installierte Leistung
K	Korrektur
k	Kurzschluss-
k, k3	3-pol. Kurzschluss
k1, k2	1-, 2-pol. Kurzschluss
k2E	2-pol. Erdkurzschluss
kin	kinetisch
ℓ, l	Leerlauf
L	Leitung-
m	Magnetisierungs-, mechanisch, Hauptleiter-
max	maximal
min	minimal
M	Motor-, Stern-, Maschine-
ME	Sternpunkt-Erde-
MS	Mittlere Spannung (Dreiwicklungstransformator)
n	Nenn-
N	Netz-
OS	Oberspannung
q	Quellen-, q-Anteil
quer	Quer-
Q	Dämpferquerachse-, Quellen-
r	Bemessungs-
rel	relativ
s	Selbst-, Ständer-, Teilleiter-
S	Größe der Symmetrischen Komponenten
SG	Schaltgruppe
Str	Strang-
T	Turbinen-, Transformator-
US	Unterspannung
V	Verlust-, Vor-
w	Wirk-, Widerstands-
W	Wellen-
zu	zugeführt

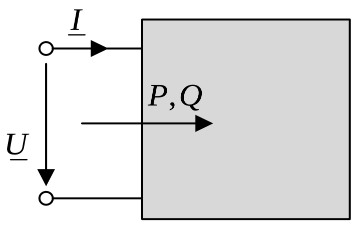
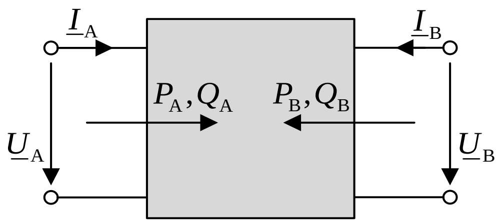
2 Grundlagen

2.1 Momentanwerte und komplexe Zeitzeigerdarstellung

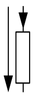
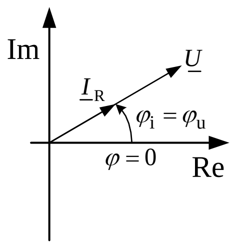
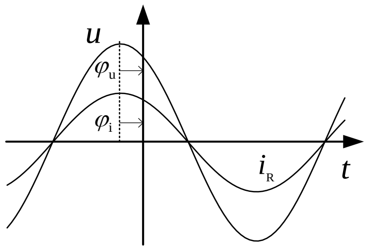
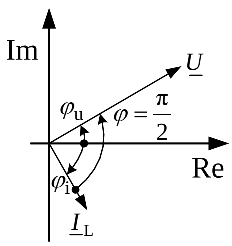
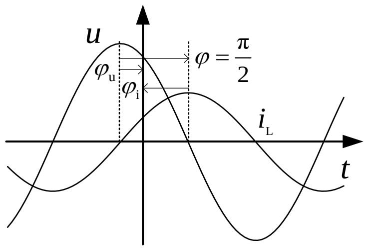
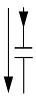
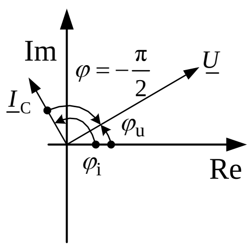
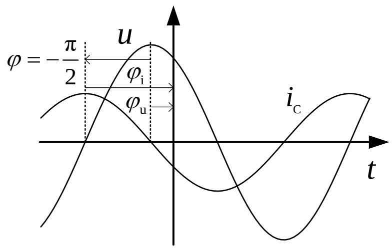
Rotierender (oder umlaufender) Amplitudenzeitzeiger $\underline{\hat{g}}$	
Definition rotierender Amplituden-zeitzeiger	$\underline{\hat{g}} = \hat{g}\,(\cos(\omega t + \varphi_{\mathrm{g}}) + \mathrm{j}\sin(\omega t + \varphi_{\mathrm{g}}))$ $= \hat{g}\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t + \varphi_{\mathrm{g}})} = \hat{g}\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_{\mathrm{g}}} = \mathrm{Re}\{\underline{\hat{g}}\} + \mathrm{j}\,\mathrm{Im}\{\underline{\hat{g}}\}$
Konjugiert komplexer Amplituden-zeitzeiger	$\underline{\hat{g}}^{*} = \hat{g}\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\omega t + \varphi_{\mathrm{g}})}$
Zusammenhang Momentanwerte und rotierender Amplitudenzeitzeiger	
	
Nullphasenwinkel	φ_{g} (Phasenwinkel zum Zeitpunkt t = 0)
Ruhender Effektivwertzeitzeiger $\underline{G}$ [1)]	
Zeiger	$\underline{G} = \dfrac{\underline{\hat{g}}}{\sqrt{2}\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}} = G\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_{\mathrm{g}}}$ $= G\,(\cos\varphi_{\mathrm{g}} + \mathrm{j}\sin\varphi_{\mathrm{g}})$ $= \mathrm{Re}(\underline{G}) + \mathrm{j}\,\mathrm{Im}(\underline{G}) = G_{\perp} + \mathrm{j}G_{\perp\perp}$
Konjugiert komplexer Zeiger	$\underline{G}^{*} = G\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_{\mathrm{g}}} = G\left(\cos\varphi_{\mathrm{g}} - \mathrm{j}\sin\varphi_{\mathrm{g}}\right) = G_{\perp} - \mathrm{j}G_{\perp\perp}$
Zeigerbild	

[1)] Ruhende Effektivwertzeitzeiger werden im Folgenden abgekürzt als „Zeiger“ bezeichnet.

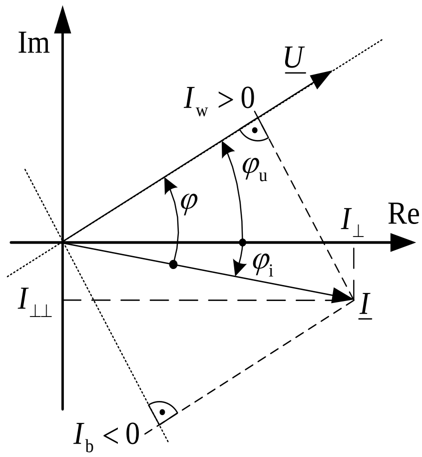
2.2 Verbraucherzählpfeilsystem (VZS) und Bezugsrichtung von Wirk- und Blindleistung

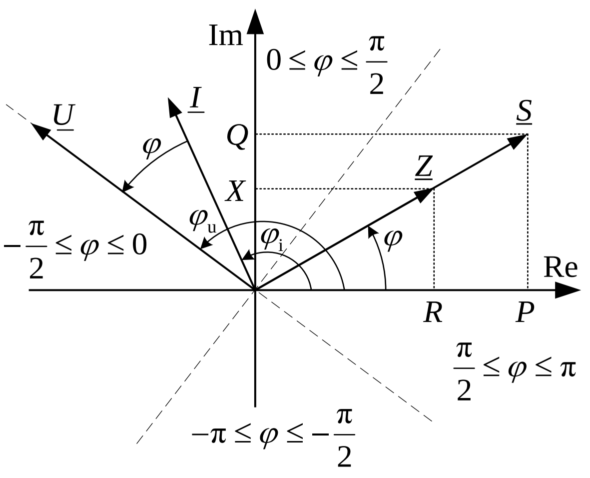
<table>
<tr><th colspan="2">VZS: Gleichsinnige Zuordnung der Zählpfeile von Spannung und Strom an den Klemmen (Tor) eines Betriebsmittels</th></tr>
<tr><td>Zählpfeile von Spannung und Strom und Bezugsrichtung von Wirk- und Blindleistung am Zweipol im VZS</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Zählpfeile von Spannungen und Strömen und Bezugsrichtungen von Wirk- und Blindleistungen am Vierpol im VZS</td><td>
</td></tr>
</table>

2.3 Zeitverläufe von Strom und Spannung bei harmonischen Größen

<table>
<tr><th></th><th>$u(t) = \hat{u}\cos(\omega t + \varphi_u)$</th><th>Zeigerbild $\underline{U}$ und $\underline{I}$</th><th>Zeitverläufe</th></tr>
<tr><td>R
</td><td>$i_R(t) = \frac{u(t)}{R}$
$= \frac{\hat{u}}{R}\cos(\omega t + \varphi_u)$
$= \hat{i}_R \cos(\omega t + \varphi_i)$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>L
</td><td>$i_L(t) = \frac{1}{L}\int u(t)\,dt$
$= \frac{\hat{u}}{\omega L}\sin(\omega t + \varphi_u)$
$= \hat{i}_L\cos(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2})$
$= \hat{i}_L\cos(\omega t + \varphi_i)$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>C
</td><td>$i_C(t) = C\frac{du(t)}{dt}$
$= -\hat{u}\omega C\sin(\omega t + \varphi_u)$
$= \hat{i}_C\cos(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2})$
$= \hat{i}_C\cos(\omega t + \varphi_i)$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="4">Phasenverschiebung $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ (Zählrichtung von Strom zu Spannung)</td></tr>
</table>

2.4 Leistungen im VZS im Wechselstromsystem

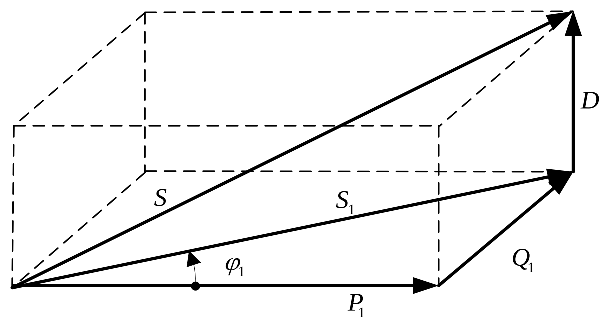
Momentanleistung $p(t)$	
Momentanleistung eines Zweipols mit den Klemmengrößen $u(t)$ und $i(t)$	$p(t) = u(t) \cdot i(t)$ $= U\,I\left(\cos\varphi + \cos\left(2\omega t + \varphi_{\mathrm{U}} + \varphi_{\mathrm{I}}\right)\right)$ $= P + S\cos\left(2\omega t + \varphi_{\mathrm{U}} + \varphi_{\mathrm{I}}\right)$ $= P\left(1 + \cos\left(2\omega t + \varphi_{\mathrm{U}}\right)\right) + Q\sin\left(2\omega t + \varphi_{\mathrm{U}}\right)$ $= p_{\mathrm{P}}(t) + p_{\mathrm{Q}}(t)$
Scheinleistung $\underline{S}$, Wirkleistung P und Blindleistung Q	
Leistungsgleichung eines Zweipols mit den Klemmengrößen $\underline{U}$ und $\underline{I}$	$\underline{S} = \underline{U}\,\underline{I}^{*} = U\,I\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_{\mathrm{u}} - \varphi_{\mathrm{i}})} = U\,I\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} = S\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}$ $= P + \mathrm{j}Q = S(\cos\varphi + \mathrm{j}\sin\varphi)$
Wirk- und Blindstrom	$\underline{I} = \dfrac{\underline{S}^{*}}{\underline{U}^{*}} = \dfrac{P - \mathrm{j}Q}{U}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_{\mathrm{u}}} = (I_{\mathrm{w}} + \mathrm{j}\,I_{\mathrm{b}})\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_{\mathrm{u}}}$ $I = \sqrt{I_{\mathrm{w}}^{2} + I_{\mathrm{b}}^{2}}$
Zeigerbild	
Zusammenhang von Wirk- und Blindleistungen und -strömen	$P = U\,I_{\mathrm{w}} = U\,I\cos\varphi$ $Q = -U\,I_{\mathrm{b}} = -U\,I\sin\varphi$
Verschiebungsfaktor	$-1 \le \cos\varphi \le 1$

Leistungen und ihr Richtungssinn im VZS (gleichsinnige Festlegung von Bezugs-richtung (siehe 2.2) und Richtungssinn)			$P > 0 \rightarrow$ Wirkleistungsaufnahme (Verbraucher) $P < 0 \rightarrow$ Wirkleistungsabgabe (Erzeuger) $Q > 0 \rightarrow$ Blindleistungsaufnahme (induktives Verhalten) $Q < 0 \rightarrow$ Blindleistungsabgabe (kapazitives Verhalten)
$0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$	$P > 0$	$Q > 0$	
$-\frac{\pi}{2} \le \varphi \le 0$	$P > 0$	$Q < 0$	
$-\pi \le \varphi \le -\frac{\pi}{2}$	$P < 0$	$Q < 0$	
$\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \pi$	$P < 0$	$Q > 0$	

2.5 Impedanz, Admittanz und Scheinleistung der Basiselemente im VZS

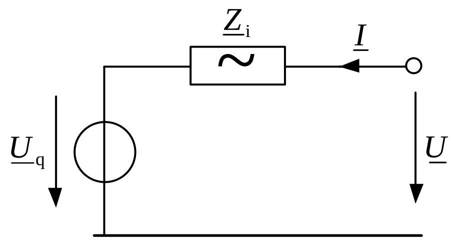
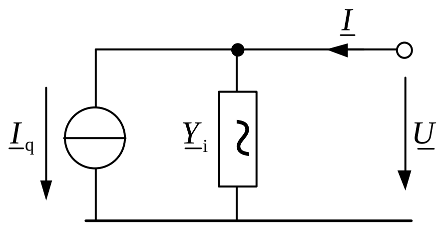
Impedanz $\underline{Z}$ (mit dem Widerstand R und der Reaktanz X)			
$\underline{Z} = (+)\frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_u - \varphi_i)} = Z\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_Z} = \mathrm{Re}(\underline{Z}) + \mathrm{j}\,\mathrm{Im}(\underline{Z}) = Z\,(\cos\varphi_Z + \mathrm{j}\sin\varphi_Z) = R + \mathrm{j}\,X$			
$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ und $\varphi_Z = \varphi_u - \varphi_i = \arctan\frac{X}{R}$ (für $R > 0$)			
Admittanz $\underline{Y}$ (mit der Konduktanz G und der Suszeptanz B)			
$\underline{Y} = (+)\frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{I}{U}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_i - \varphi_u)} = Y\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_Y} = \mathrm{Re}(\underline{Y}) + \mathrm{j}\,\mathrm{Im}(\underline{Y}) = Y\,(\cos\varphi_Y + \mathrm{j}\sin\varphi_Y) = G + \mathrm{j}\,B$			
$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$ und $\varphi_Y = -\varphi_Z = \varphi_i - \varphi_u = \arctan\frac{B}{G}$ (für $G > 0$)			
Element	$\underline{Z} = R + \mathrm{j}\,X$	$\underline{Y} = G + \mathrm{j}\,B$	$\underline{S} = P + \mathrm{j}Q = \underline{U}\,\underline{I}^*$
ohmscher Widerstand	R	$\frac{1}{R} = G$	$R\,I^2 = G\,U^2 = U\,I_w$
Spule	$\mathrm{j}\omega L = \mathrm{j}\,X_L$	$\frac{1}{\mathrm{j}\omega L} = -\mathrm{j}\,B_L$	$\mathrm{j}\,X_L\,I^2 = \mathrm{j}\,B_L\,U^2 = -\mathrm{j}U\,I_b$
Kondensator	$\frac{1}{\mathrm{j}\omega C} = -\mathrm{j}\,X_C$	$\mathrm{j}\omega C = \mathrm{j}\,B_C$	$-\mathrm{j}\,X_C\,I^2 = -\mathrm{j}\,B_C\,U^2 = -\mathrm{j}U\,I_b$

2.6 Oberschwingungen

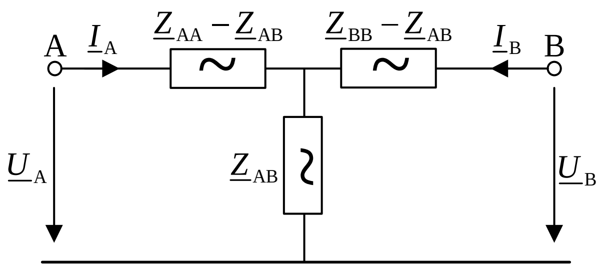
Oberschwingungen	
Effektivwert einer oberschwingungsbehafteten Größe	$G=\sqrt{G_1^2+G_2^2+\ldots+G_\infty^2}=\sqrt{\sum_{h=1}^{\infty}G_h^2}$
h = 1: Grundschwingung mit der Frequenz f_1 h > 1: Ordnungszahl der Oberschwingungen (Harmonische) mit $f_h=h\cdot f_1$	
Grundschwingungsgehalt	$g=\frac{G_1}{\sqrt{G_1^2+G_2^2+\ldots+G_\infty^2}}=\frac{G_1}{G}$
Klirrfaktor	$d=\frac{\sqrt{G_2^2+\ldots+G_\infty^2}}{\sqrt{G_1^2+G_2^2+\ldots+G_\infty^2}}=\frac{\sqrt{G_2^2+\ldots+G_\infty^2}}{G}$
Zusammenhang von g und d	$g^2+d^2=1$
Scheinleistung S, Grundschwingungsscheinleistung S_1 und Verzerrungsleistung D	$S^2=U^2I^2=\sum_{h=1}^{\infty}U_h^2\sum_{h=1}^{\infty}I_h^2$ $=g_\mathrm{U}^2g_\mathrm{I}^2U^2I^2+\left(g_\mathrm{U}^2d_\mathrm{I}^2+g_\mathrm{I}^2d_\mathrm{U}^2+d_\mathrm{U}^2d_\mathrm{I}^2\right)U^2I^2$ $=S_1^2+D^2=P_1^2+Q_1^2+D^2$
Grundschwingungswirkleistung und -blindleistung	$\underline{S}_1=\underline{U}_1\underline{I}_1^*=P_1+\mathrm{j}Q_1=U_1I_1\left(\cos\varphi_1+\mathrm{j}\sin\varphi_1\right)$
Zusammenhang zwischen Schein-, Wirk-, Blind- und Verzerrungsleistungen	
Leistungsfaktor	$\lambda=\frac{\lvert P_1\rvert}{S}=\frac{U_1I_1\lvert\cos\varphi_1\rvert}{U\,I}=g_\mathrm{U}g_\mathrm{I}\lvert\cos\varphi_1\rvert\le 1$

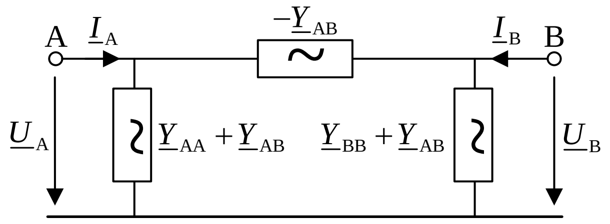
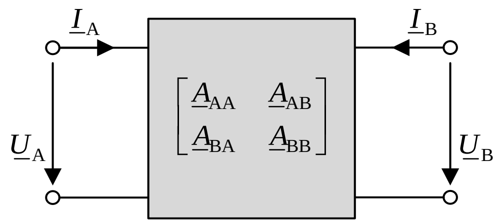
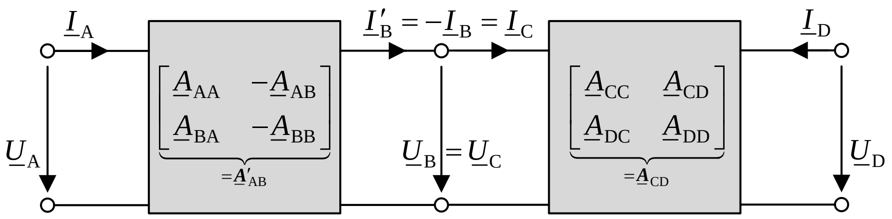
2.7 Mehrpoldarstellung

2.7.1 Zweipoldarstellung

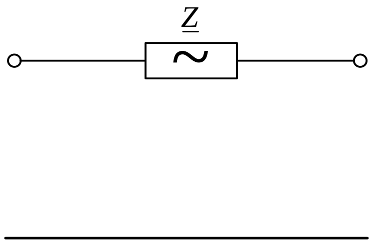
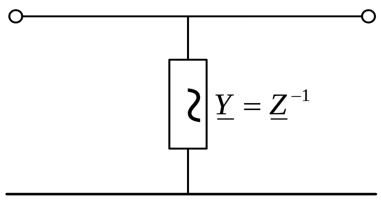
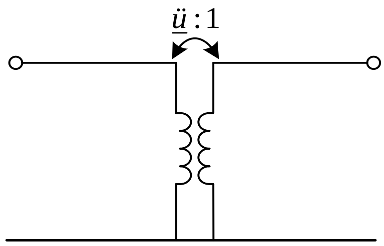
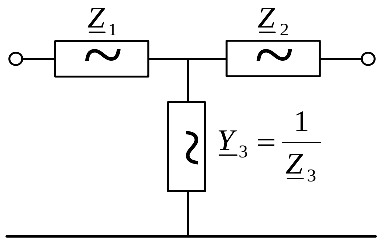
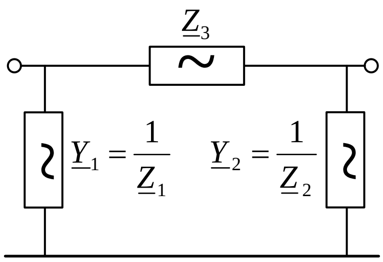
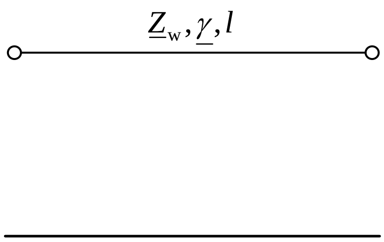
Spannungsquellenersatzschaltung $\underline{U} = \underline{Z}_\mathrm{i}\,\underline{I} + \underline{U}_\mathrm{q}$	
Stromquellenersatzschaltung $\underline{I} = \underline{Y}_\mathrm{i}\,\underline{U} + \underline{I}_\mathrm{q}$	
Leerlauf	$\underline{U} = \underline{U}_\ell = \underline{U}_\mathrm{q}$ bzw. $\underline{U} = \underline{U}_\ell = -\frac{1}{\underline{Y}_\mathrm{i}}\underline{I}_\mathrm{q}$
Kurzschluss	$\underline{I} = \underline{I}_\mathrm{k} = -\frac{1}{\underline{Z}_\mathrm{i}}\underline{U}_\mathrm{q}$ bzw. $\underline{I} = \underline{I}_\mathrm{k} = \underline{I}_\mathrm{q}$
Umrechnung (identisches Klemmenverhalten)	$\underline{Z}_\mathrm{i} = -\frac{\underline{U}_\ell}{\underline{I}_\mathrm{k}} = -\frac{\underline{U}_\mathrm{q}}{\underline{I}_\mathrm{q}}$ bzw. $\underline{U}_\mathrm{q} = -\underline{Z}_i\underline{I}_\mathrm{q}$

2.7.2 Vierpoldarstellung

Impedanzdarstellung	
T-Ersatzschaltung	
Zweitorgleichungen (Z-Charakteristik)	$\begin{bmatrix}\underline{U}_\mathrm{A}\\ \underline{U}_\mathrm{B}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\underline{Z}_\mathrm{AA} = \frac{\underline{U}_\mathrm{A}}{\underline{I}_\mathrm{A}}\Big\vert_{\underline{I}_\mathrm{B}=0} & \underline{Z}_\mathrm{AB} = \frac{\underline{U}_\mathrm{A}}{\underline{I}_\mathrm{B}}\Big\vert_{\underline{I}_\mathrm{A}=0} \\ \underline{Z}_\mathrm{BA} = \frac{\underline{U}_\mathrm{B}}{\underline{I}_\mathrm{A}}\Big\vert_{\underline{I}_\mathrm{B}=0} & \underline{Z}_\mathrm{BB} = \frac{\underline{U}_\mathrm{B}}{\underline{I}_\mathrm{B}}\Big\vert_{\underline{I}_\mathrm{A}=0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{I}_\mathrm{A}\\ \underline{I}_\mathrm{B}\end{bmatrix}$ $\underline{\boldsymbol{u}} = \underline{\boldsymbol{Z}}\,\underline{\boldsymbol{i}}$

Admittanzdarstellung	
Π -Ersatzschaltung	
Zweitorgleichungen (Y-Charakteristik)	$\begin{bmatrix}\underline{I}_A\\ \underline{I}_B\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\underline{Y}_{AA}=\frac{\underline{I}_A}{\underline{U}_A}\Big\vert_{\underline{U}_B=0} & \underline{Y}_{AB}=\frac{\underline{I}_A}{\underline{U}_B}\Big\vert_{\underline{U}_A=0}\\ \underline{Y}_{BA}=\frac{\underline{I}_B}{\underline{U}_A}\Big\vert_{\underline{U}_B=0} & \underline{Y}_{BB}=\frac{\underline{I}_B}{\underline{U}_B}\Big\vert_{\underline{U}_A=0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{U}_A\\ \underline{U}_B\end{bmatrix}$ $\underline{\boldsymbol{i}}=\underline{\boldsymbol{Y}}\,\underline{\boldsymbol{u}}$
Kettenform	
Kettenform	
Klemmengrößen von Seite A in Abhängigkeit von Seite B	$\begin{bmatrix}\underline{U}_A\\ \underline{I}_A\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\underline{A}_{AA}=\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_B}\Big\vert_{\underline{I}_B=0} & \underline{A}_{AB}=\frac{\underline{U}_A}{\underline{I}_B}\Big\vert_{\underline{U}_B=0}\\ \underline{A}_{BA}=\frac{\underline{I}_A}{\underline{U}_B}\Big\vert_{\underline{I}_B=0} & \underline{A}_{BB}=\frac{\underline{I}_A}{\underline{I}_B}\Big\vert_{\underline{U}_B=0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{U}_B\\ \underline{I}_B\end{bmatrix}$ $\underline{\boldsymbol{z}}_A=\underline{\boldsymbol{A}}_{AB}\,\underline{\boldsymbol{z}}_B$
Kettenschaltung	
	
Klemmengrößen von Seite A in Abhängigkeit von Seite D	$\underline{\boldsymbol{z}}_A=\underline{\boldsymbol{A}}'_{AB}\,\underline{\boldsymbol{z}}'_B=\underline{\boldsymbol{A}}'_{AB}\underline{\boldsymbol{A}}_{CD}\,\underline{\boldsymbol{z}}_D$ Für die Kettenschaltung werden die Größen der Klemme B im EZS angegeben (gestrichene Größen)
Umrechnung	
Invertierung einer 2x2-Matrix	$\boldsymbol{A}^{-1}=\begin{bmatrix}A_{BB} & -A_{AB}\\ -A_{BA} & A_{AA}\end{bmatrix}\cdot\frac{1}{\det(\boldsymbol{A})}$
Verluste eines Vierpols	
Verluste und Blindleistungsbedarf	$\underline{S}_V=P_V+jQ_V=\underline{S}_A+\underline{S}_B=\underline{U}_A\underline{I}_A^*+\underline{U}_B\underline{I}_B^*$

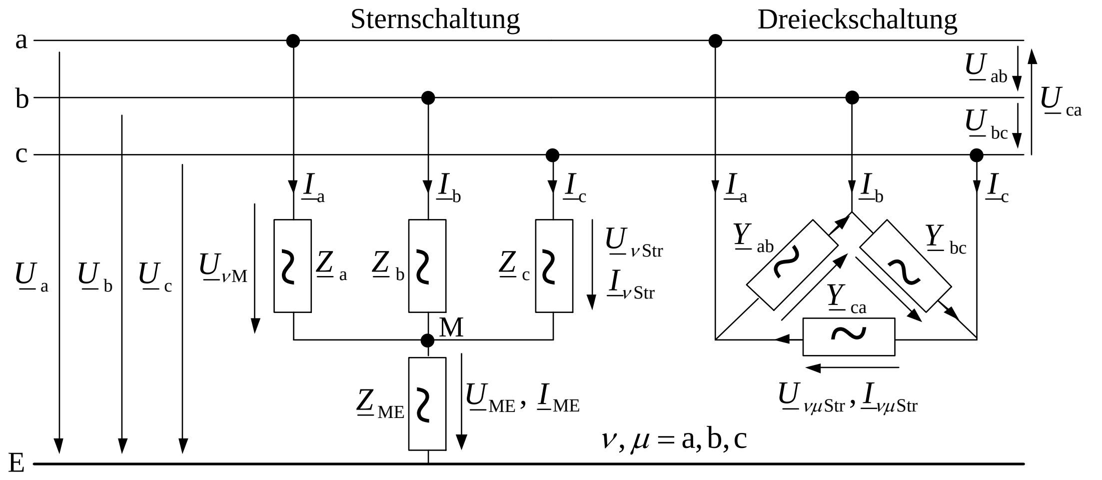
2.7.3 Spezielle Vierpole und ihre Ersatzschaltungen

Bezeichnung	Ersatzschaltung	Vierpolmatrix $\underline{\boldsymbol{A}}$ in Kettenform
Längsimpedanz		$\begin{bmatrix} 1 & -\underline{Z} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
Queradmittanz		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \underline{Y} & -1 \end{bmatrix}$
idealer Übertrager		$\begin{bmatrix} \underline{ü} & 0 \\ 0 & -1/\underline{ü}^* \end{bmatrix}$
T-Ersatzschaltung		$\begin{bmatrix} \underline{Z}_1\underline{Y}_3+1 & -\left(\underline{Z}_1+\underline{Z}_2+\underline{Z}_1\underline{Z}_2\underline{Y}_3\right) \\ \underline{Y}_3 & -\left(\underline{Z}_2\underline{Y}_3+1\right) \end{bmatrix}$
Π-Ersatzschaltung		$\begin{bmatrix} \underline{Z}_3\underline{Y}_2+1 & -\underline{Z}_3 \\ \underline{Y}_1+\underline{Y}_2+\underline{Y}_1\underline{Y}_2\underline{Z}_3 & -\left(\underline{Z}_3\underline{Y}_1+1\right) \end{bmatrix}$
Homogene Leitung (verteilte Parameter, siehe 8.3)		$\begin{bmatrix} \cosh\left(\underline{\gamma}l\right) & -\underline{Z}_W \sinh\left(\underline{\gamma}l\right) \\ \underline{Y}_W \sinh\left(\underline{\gamma}l\right) & -\cosh\left(\underline{\gamma}l\right) \end{bmatrix}$

3 Drehstromsystem

3.1 Stern- und Dreieckschaltung

Drehstromsystem mit zwei Verbrauchern in Stern- und Dreieckschaltung



Außenleiterströme oder kurz Leiterströme	$\underline{I}_\nu$
Außenleiterspannungen oder Leiter-Leiter-Spannungen, (auch Dreieck- oder Leiterspannungen, verkettete Spannungen)	$\underline{U}_{\nu\mu}$
Leiter-Erde-Spannungen (auch (Außen)Leiter-Nullleiter-Spannungen)	$\underline{U}_\nu$
Sternspannungen (in Bezug zum Sternpunkt M (Außen)Leiter-Mittelleiter-Spannungen)	$\underline{U}_{\nu M}$
Strangströme in der Stern- bzw. Dreieckschaltung	$\underline{I}_{\nu Str}$, $\underline{I}_{\nu\mu Str}$
Strangspannungen in der Stern- bzw. Dreieckschaltung	$\underline{U}_{\nu Str}$, $\underline{U}_{\nu\mu Str}$
Sternpunkt-Erde-Spannung (auch Sternpunkt-Neutralleiter- oder Mittelpunktspannung)	$\underline{U}_{ME}$
Sternpunkt-(Erde-) oder Neutralleiterstrom	$\underline{I}_{ME}$

Sternschaltung Y

Zusammenhang Strang-, Sternpunkt- und Außenleitergrößen für die Sternschaltung:

$$\begin{bmatrix}\underline{U}_{ab}\\ \underline{U}_{bc}\\ \underline{U}_{ca}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{U}_{a}\\ \underline{U}_{b}\\ \underline{U}_{c}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{U}_{aStr}\\ \underline{U}_{bStr}\\ \underline{U}_{cStr}\end{bmatrix} \text{ und } \begin{bmatrix}\underline{I}_{a}\\ \underline{I}_{b}\\ \underline{I}_{c}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\underline{I}_{aStr}\\ \underline{I}_{bStr}\\ \underline{I}_{cStr}\end{bmatrix}$$

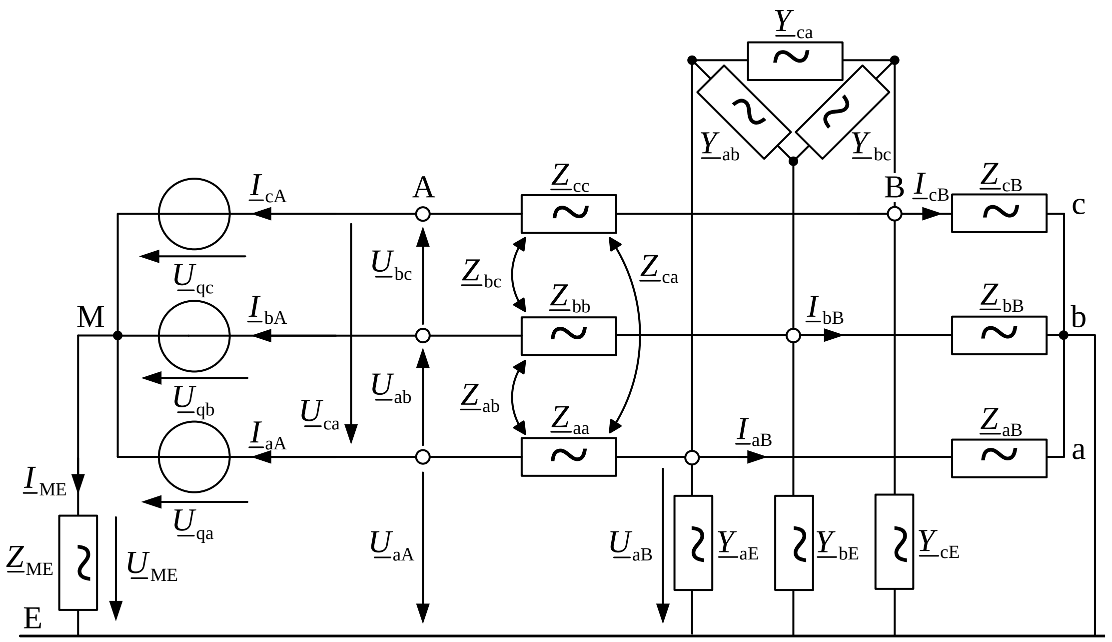
sowie $\underline{U}_\nu = \underline{U}_{\nu Str} + \underline{U}_{ME}$ mit $\underline{U}_{ME} = \underline{Z}_{ME}\underline{I}_{ME}$ und $\underline{I}_{ME} = \sum_\nu \underline{I}_\nu = \sum_\nu \underline{I}_{\nu Str}$ für $\nu = a, b, c$

Dreieckschaltung Δ

Zusammenhang Strang- und Außenleitergrößen für die Dreieckschaltung:

$$\begin{bmatrix}\underline{I}_{a}\\ \underline{I}_{b}\\ \underline{I}_{c}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\ -1 & 1 & 0\\ 0 & -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{I}_{abStr}\\ \underline{I}_{bcStr}\\ \underline{I}_{caStr}\end{bmatrix} \text{ und } \begin{bmatrix}\underline{U}_{ab}\\ \underline{U}_{bc}\\ \underline{U}_{ca}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\underline{U}_{abStr}\\ \underline{U}_{bcStr}\\ \underline{U}_{caStr}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ -1 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{U}_{a}\\ \underline{U}_{b}\\ \underline{U}_{c}\end{bmatrix}$$

3.2 Spannungen und Ströme im Dreileitersystem



Spannungsgleichungssystem[2]:

$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{ME} & \underline{Z}_{ME} & \underline{Z}_{ME} \\ \underline{Z}_{ME} & \underline{Z}_{ME} & \underline{Z}_{ME} \\ \underline{Z}_{ME} & \underline{Z}_{ME} & \underline{Z}_{ME} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{aA} \\ \underline{I}_{bA} \\ \underline{I}_{cA} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_{qa} \\ \underline{U}_{qb} \\ \underline{U}_{qc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Z}_{aa} & \underline{Z}_{ab} & \underline{Z}_{ac} \\ \underline{Z}_{ba} & \underline{Z}_{bb} & \underline{Z}_{bc} \\ \underline{Z}_{ca} & \underline{Z}_{cb} & \underline{Z}_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{aA} \\ \underline{I}_{bA} \\ \underline{I}_{cA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{aB} \\ \underline{U}_{bB} \\ \underline{U}_{cB} \end{bmatrix}$$

$\underline{\boldsymbol{Z}}_{ME}\,\underline{\boldsymbol{i}}_A + \underline{\boldsymbol{u}}_q + \underline{\boldsymbol{Z}}\,\underline{\boldsymbol{i}}_A = \underline{\boldsymbol{u}}_B$ und

$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{aB} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{bB} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{cB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{aB} \\ \underline{I}_{bB} \\ \underline{I}_{cB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{aB} \\ \underline{U}_{bB} \\ \underline{U}_{cB} \end{bmatrix}$$

$\underline{\boldsymbol{Z}}_B\,\underline{\boldsymbol{i}}_B = \underline{\boldsymbol{u}}_B$

mit:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{aA} \\ \underline{U}_{bA} \\ \underline{U}_{cA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{qa} \\ \underline{U}_{qb} \\ \underline{U}_{qc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_{ME} \\ \underline{U}_{ME} \\ \underline{U}_{ME} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{U}_{ME} = \underline{Z}_{ME}\,\underline{I}_{ME} = \underline{Z}_{ME} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{aA} \\ \underline{I}_{bA} \\ \underline{I}_{cA} \end{bmatrix}$$

$\underline{\boldsymbol{u}}_A = \underline{\boldsymbol{u}}_q + \underline{\boldsymbol{u}}_{ME}$ und $\underline{U}_{ME} = \underline{Z}_{ME}\,\mathbf{1}^T\,\underline{\boldsymbol{i}}_A$

Stromgleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{aA} \\ \underline{I}_{bA} \\ \underline{I}_{cA} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{I}_{aB} \\ \underline{I}_{bB} \\ \underline{I}_{cB} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Y}_{aE} + \underline{Y}_{ab} + \underline{Y}_{ac} & -\underline{Y}_{ab} & -\underline{Y}_{ac} \\ -\underline{Y}_{ba} & \underline{Y}_{bE} + \underline{Y}_{ba} + \underline{Y}_{bc} & -\underline{Y}_{bc} \\ -\underline{Y}_{ca} & -\underline{Y}_{cb} & \underline{Y}_{cE} + \underline{Y}_{ca} + \underline{Y}_{cb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_{aB} \\ \underline{U}_{bB} \\ \underline{U}_{cB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\underline{\boldsymbol{i}}_A + \underline{\boldsymbol{i}}_B + \underline{\boldsymbol{Y}}\,\underline{\boldsymbol{u}}_B = 0$

---

[2] Die Kopplungen der Stränge über Gegenimpedanzen sind für $\underline{\boldsymbol{Z}}_B$ vernachlässigt worden. Für eine Berücksichtigung dieser Kopplungen ist $\underline{\boldsymbol{Z}}_B$ analog zu $\underline{\boldsymbol{Z}}$ darzustellen und zu behandeln.

3.3 Symmetrisches Drehstromsystem

3.3.1 Symmetriebedingungen

a) Geometrische Symmetrie (symmetrischer Aufbau der Betriebsmittel)

Impedanzmatrix (siehe 3.2):

$$\underline{\boldsymbol{Z}} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{\mathrm{aa}} & \underline{Z}_{\mathrm{ab}} & \underline{Z}_{\mathrm{ac}} \\ \underline{Z}_{\mathrm{ba}} & \underline{Z}_{\mathrm{bb}} & \underline{Z}_{\mathrm{bc}} \\ \underline{Z}_{\mathrm{ca}} & \underline{Z}_{\mathrm{cb}} & \underline{Z}_{\mathrm{cc}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{\mathrm{s}} & \underline{Z}_{\mathrm{g}} & \underline{Z}_{\mathrm{g}} \\ \underline{Z}_{\mathrm{g}} & \underline{Z}_{\mathrm{s}} & \underline{Z}_{\mathrm{g}} \\ \underline{Z}_{\mathrm{g}} & \underline{Z}_{\mathrm{g}} & \underline{Z}_{\mathrm{s}} \end{bmatrix}$$

mit $\underline{Z}_{\mathrm{aa}} = \underline{Z}_{\mathrm{bb}} = \underline{Z}_{\mathrm{cc}} = \underline{Z}_{\mathrm{s}}$ und $\underline{Z}_{\mathrm{ab}} = \underline{Z}_{\mathrm{ba}} = \underline{Z}_{\mathrm{bc}} = \underline{Z}_{\mathrm{cb}} = \underline{Z}_{\mathrm{ac}} = \underline{Z}_{\mathrm{ca}} = \underline{Z}_{\mathrm{g}}$

Admittanzmatrix (siehe 3.2):

$$\underline{\boldsymbol{Y}} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{\mathrm{aE}} + \underline{Y}_{\mathrm{ab}} + \underline{Y}_{\mathrm{ac}} & -\underline{Y}_{\mathrm{ab}} & -\underline{Y}_{\mathrm{ac}} \\ -\underline{Y}_{\mathrm{ba}} & \underline{Y}_{\mathrm{bE}} + \underline{Y}_{\mathrm{ba}} + \underline{Y}_{\mathrm{bc}} & -\underline{Y}_{\mathrm{bc}} \\ -\underline{Y}_{\mathrm{ca}} & -\underline{Y}_{\mathrm{cb}} & \underline{Y}_{\mathrm{cE}} + \underline{Y}_{\mathrm{ca}} + \underline{Y}_{\mathrm{cb}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{\mathrm{s}} & \underline{Y}_{\mathrm{g}} & \underline{Y}_{\mathrm{g}} \\ \underline{Y}_{\mathrm{g}} & \underline{Y}_{\mathrm{s}} & \underline{Y}_{\mathrm{g}} \\ \underline{Y}_{\mathrm{g}} & \underline{Y}_{\mathrm{g}} & \underline{Y}_{\mathrm{s}} \end{bmatrix} \text{ mit}$$

$\underline{Y}_{\mathrm{aE}} = \underline{Y}_{\mathrm{bE}} = \underline{Y}_{\mathrm{cE}} = \underline{Y}_{\mathrm{E}}$, $\underline{Y}_{\mathrm{ab}} = \underline{Y}_{\mathrm{ba}} = \underline{Y}_{\mathrm{bc}} = \underline{Y}_{\mathrm{cb}} = \underline{Y}_{\mathrm{ac}} = \underline{Y}_{\mathrm{ca}} = \underline{Y} = -\underline{Y}_{\mathrm{g}}$ und $\underline{Y}_{\mathrm{E}} + 2\underline{Y} = \underline{Y}_{\mathrm{s}}$

b) Elektrische Symmetrie (symmetrische Quellen und Belastungen)

Symmetrische Quelle	$\underline{U}_{\mathrm{qa}} + \underline{U}_{\mathrm{qb}} + \underline{U}_{\mathrm{qc}} = \underline{U}_{\mathrm{qa}} + \underline{a}^2\underline{U}_{\mathrm{qa}} + \underline{a}\underline{U}_{\mathrm{qa}} = 0$
Symmetrische Belastung	$\underline{Z}_{\mathrm{aB}} = \underline{Z}_{\mathrm{bB}} = \underline{Z}_{\mathrm{cB}} = \underline{Z}_{\mathrm{B}}$ (siehe Fußnote 2)

Aus a) und b) folgt: Symmetrische Ströme und Spannungen an jedem Ort *x* im Netz

$\underline{I}_{\mathrm{ax}} + \underline{I}_{\mathrm{bx}} + \underline{I}_{\mathrm{cx}} = \underline{I}_{\mathrm{ax}}(1 + \underline{a}^2 + \underline{a}) = 0$ und $\underline{U}_{\mathrm{ax}} + \underline{U}_{\mathrm{bx}} + \underline{U}_{\mathrm{cx}} = \underline{U}_{\mathrm{ax}}(1 + \underline{a}^2 + \underline{a}) = 0$

3.3.2 Strangersatzschaltung

Unter Voraussetzung der Symmetriebedingungen in 3.3.1 ergeben sich aus den allgemeinen Spannungs- und Stromgleichungen in 3.2 entkoppelte Gleichungssysteme:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{qa}} \\ \underline{U}_{\mathrm{qb}} \\ \underline{U}_{\mathrm{qc}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Z}_{\mathrm{s}} - \underline{Z}_{\mathrm{g}} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{\mathrm{s}} - \underline{Z}_{\mathrm{g}} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{\mathrm{s}} - \underline{Z}_{\mathrm{g}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{\mathrm{aA}} \\ \underline{I}_{\mathrm{bA}} \\ \underline{I}_{\mathrm{cA}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{aB}} \\ \underline{U}_{\mathrm{bB}} \\ \underline{U}_{\mathrm{cB}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{\mathrm{B}} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{\mathrm{B}} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{\mathrm{B}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{\mathrm{aB}} \\ \underline{I}_{\mathrm{bB}} \\ \underline{I}_{\mathrm{cB}} \end{bmatrix} \text{ und}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{\mathrm{aA}} \\ \underline{I}_{\mathrm{bA}} \\ \underline{I}_{\mathrm{cA}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{I}_{\mathrm{aB}} \\ \underline{I}_{\mathrm{bB}} \\ \underline{I}_{\mathrm{cB}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Y}_{\mathrm{s}} - \underline{Y}_{\mathrm{g}} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{\mathrm{s}} - \underline{Y}_{\mathrm{g}} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_{\mathrm{s}} - \underline{Y}_{\mathrm{g}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{aB}} \\ \underline{U}_{\mathrm{bB}} \\ \underline{U}_{\mathrm{cB}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ mit}$$

$\underline{U}_{\mathrm{ME}} = 0$ und $\underline{I}_{\mathrm{ME}} = 0$ sowie $\underline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{A}} = \underline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{q}}$

Strangersatzschaltung für den Bezugsleiter a der Anordnung aus 3.2

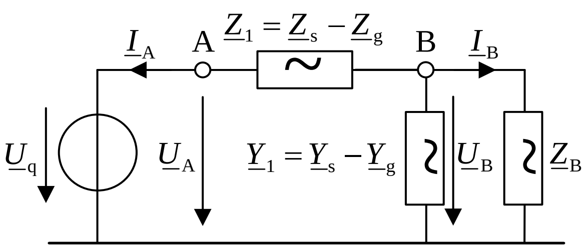
Mit den Größen:

$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{\mathrm{s}} - \underline{Z}_{\mathrm{g}}$

$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_{\mathrm{s}} - \underline{Y}_{\mathrm{g}} = \underline{Y}_{\mathrm{E}} + 3\underline{Y}$

und $\underline{U}_{\mathrm{q}} = \underline{U}_{\mathrm{qa}}$

(Der Index a kann entfallen)



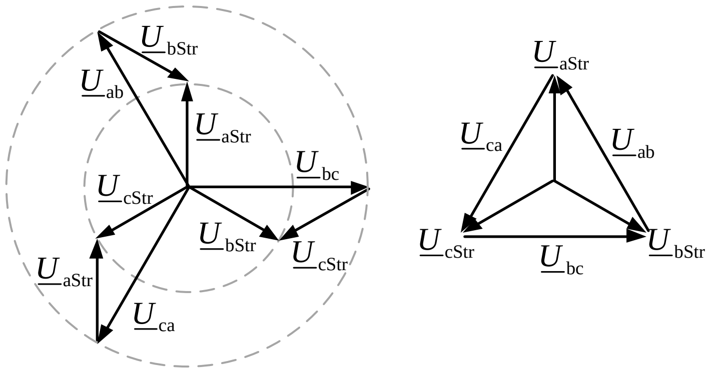
Die Strangersatzschaltung des Leiters a für das symmetrische Drehstromsystem ist mit der Ersatzschaltung des Mitsystems (Index 1) identisch (siehe Abschnitt 3.5.2).

3.3.3 Zusammenhänge zwischen Strang-, Stern- und Außenleitergrößen

Sternschaltung Y

Zusammenhang Strang-, Stern- und Außenleitergrößen für die Sternschaltung:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{ab}} \\ \underline{U}_{\mathrm{bc}} \\ \underline{U}_{\mathrm{ca}} \end{bmatrix} = \left(1-\underline{\mathrm{a}}^2\right) \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{aStr}} \\ \underline{U}_{\mathrm{bStr}} \\ \underline{U}_{\mathrm{cStr}} \end{bmatrix} = \sqrt{3}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}} \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{aStr}} \\ \underline{U}_{\mathrm{bStr}} \\ \underline{U}_{\mathrm{cStr}} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{bmatrix} \underline{I}_{\mathrm{a}} \\ \underline{I}_{\mathrm{b}} \\ \underline{I}_{\mathrm{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I}_{\mathrm{aStr}} \\ \underline{I}_{\mathrm{bStr}} \\ \underline{I}_{\mathrm{cStr}} \end{bmatrix} \quad \text{sowie} \quad \underline{U}_{\nu\mathrm{Str}} = \underline{U}_{\nu} = \underline{U}_{\nu\mathrm{M}}$$

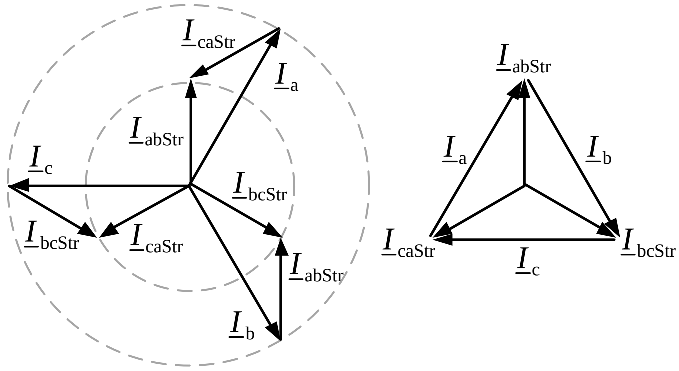


$$\underline{I}_{\nu} = \underline{I}_{\nu\mathrm{Str}}$$
$$\nu = \mathrm{a,\ b,\ c}$$

Dreieckschaltung Δ

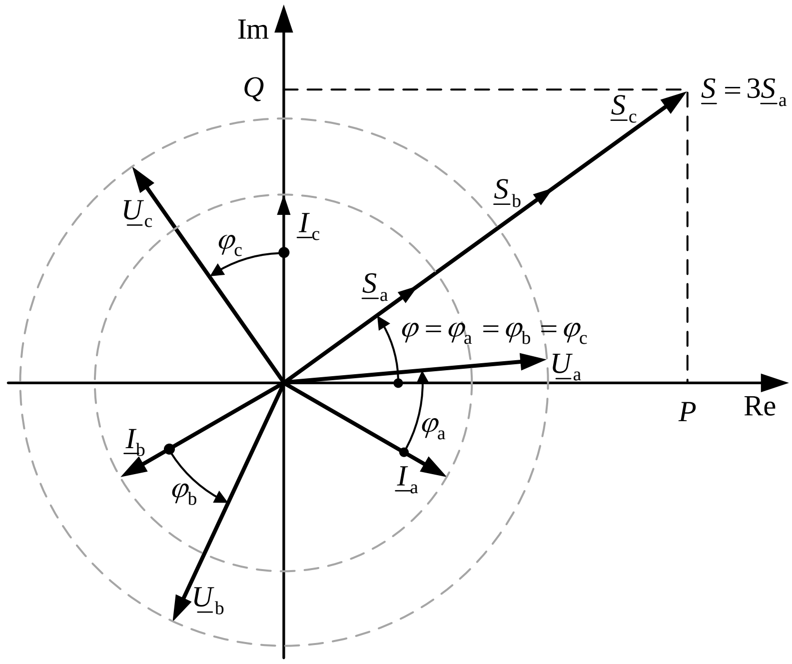
Zusammenhang Strang- und Außenleitergrößen für die Dreieckschaltung:

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{\mathrm{a}} \\ \underline{I}_{\mathrm{b}} \\ \underline{I}_{\mathrm{c}} \end{bmatrix} = \left(1-\underline{\mathrm{a}}\right) \begin{bmatrix} \underline{I}_{\mathrm{abStr}} \\ \underline{I}_{\mathrm{bcStr}} \\ \underline{I}_{\mathrm{caStr}} \end{bmatrix} = \sqrt{3}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{6}} \begin{bmatrix} \underline{I}_{\mathrm{abStr}} \\ \underline{I}_{\mathrm{bcStr}} \\ \underline{I}_{\mathrm{caStr}} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{ab}} \\ \underline{U}_{\mathrm{bc}} \\ \underline{U}_{\mathrm{ca}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{abStr}} \\ \underline{U}_{\mathrm{bcStr}} \\ \underline{U}_{\mathrm{caStr}} \end{bmatrix} = \sqrt{3}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}} \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{a}} \\ \underline{U}_{\mathrm{b}} \\ \underline{U}_{\mathrm{c}} \end{bmatrix}$$



$$\underline{U}_{\nu\mu\mathrm{Str}} = \underline{U}_{\nu\mu}$$
$$\nu,\ \mu = \mathrm{a,\ b,\ c}$$

3.3.4 Zeigerdiagramm und Dreileiterscheinleistung



Dreileiterscheinleistung	$\underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = \underline{U}_a \underline{I}_a^* + \underline{U}_b \underline{I}_b^* + \underline{U}_c \underline{I}_c^*$ $= 3U_a I_a \, e^{j\varphi} = P + j\,Q = S\cos(\varphi) + j\,S\sin(\varphi)$ $= S\, e^{j\varphi}$

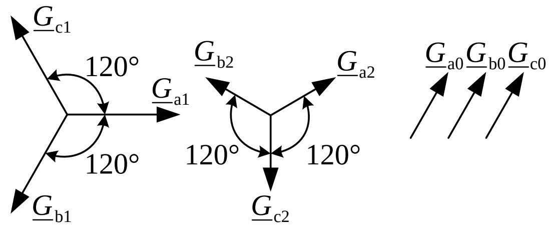
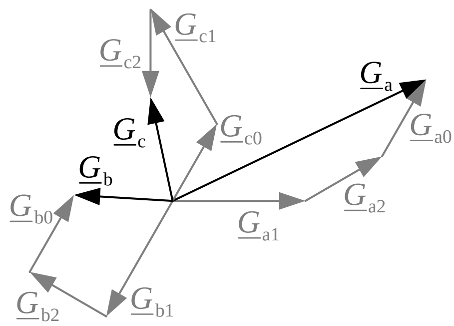
3.4 Stern-Dreieck-Umwandlung

Umrechnungen zwischen Dreieckschaltung und Sternschaltung[3)]	
Stern-Dreieck-Umwandlung (Y→Δ)	$\underline{Y}_{ab} = \frac{\underline{Y}_a \underline{Y}_b}{\underline{Y}_\Sigma}$, $\underline{Y}_{bc} = \frac{\underline{Y}_b \underline{Y}_c}{\underline{Y}_\Sigma}$, $\underline{Y}_{ca} = \frac{\underline{Y}_c \underline{Y}_a}{\underline{Y}_\Sigma}$ mit $\underline{Y}_\Sigma = \underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c$
Dreieck-Stern-Umwandlung (Δ→Y)	$\underline{Z}_a = \frac{\underline{Z}_{ab} \underline{Z}_{ca}}{\underline{Z}_\Sigma}$, $\underline{Z}_b = \frac{\underline{Z}_{ab} \underline{Z}_{bc}}{\underline{Z}_\Sigma}$, $\underline{Z}_c = \frac{\underline{Z}_{ac} \underline{Z}_{bc}}{\underline{Z}_\Sigma}$ mit $\underline{Z}_\Sigma = \underline{Z}_{ab} + \underline{Z}_{bc} + \underline{Z}_{ca}$
Umrechnung bei symmetrischen Dreileitersystemen (siehe 3.3)	
$\underline{Y}_\nu = \underline{Y}_Y$ bzw. $\underline{Z}_{\nu\mu} = \underline{Z}_\Delta$ mit $\nu, \mu = a, b, c$	$\underline{Y}_{\nu\mu} = \frac{\underline{Y}_Y}{3}$ für Y→Δ und $\underline{Z}_\nu = \frac{\underline{Z}_\Delta}{3}$ für Δ→Y

[3)] Voraussetzung: Der Sternpunkt der Sternschaltung ist nicht geerdet ($\underline{Y}_{ME} = 0$ bzw. $|\underline{Z}_{ME}| \to \infty$).

3.5 Unsymmetrisches Drehstromsystem

3.5.1 Symmetrische Komponenten

Symmetrische Komponenten (SK) eines Drehstromsystems	Mitsystem (1) Gegensystem (2) Nullsystem (0) 
Leiter a als Bezugsleiter	$\underline{G}_{a1}=\underline{G}_1 \quad \underline{G}_{a2}=\underline{G}_2 \quad \underline{G}_{a0}=\underline{G}_0$ $\underline{G}_{b1}=\underline{a}^2\underline{G}_1 \quad \underline{G}_{b2}=\underline{a}\,\underline{G}_2 \quad \underline{G}_{b0}=\underline{G}_0$ $\underline{G}_{c1}=\underline{a}\,\underline{G}_1 \quad \underline{G}_{c2}=\underline{a}^2\underline{G}_2 \quad \underline{G}_{c0}=\underline{G}_0$
Zerlegung der Größen in die symmetrischen Komponenten	$\underline{\boldsymbol{g}} = \begin{bmatrix}\underline{G}_a\\ \underline{G}_b\\ \underline{G}_c\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\underline{G}_{a1}+\underline{G}_{a2}+\underline{G}_{a0}\\ \underline{G}_{b1}+\underline{G}_{b2}+\underline{G}_{b0}\\ \underline{G}_{c1}+\underline{G}_{c2}+\underline{G}_{c0}\end{bmatrix}$
Transformationsbeziehungen	$\underline{\boldsymbol{g}} = \begin{bmatrix}\underline{G}_a\\ \underline{G}_b\\ \underline{G}_c\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1\\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{G}_1\\ \underline{G}_2\\ \underline{G}_0\end{bmatrix} = \underline{\boldsymbol{T}}_S\,\underline{\boldsymbol{g}}_S$ $\underline{\boldsymbol{g}}_S = \begin{bmatrix}\underline{G}_1\\ \underline{G}_2\\ \underline{G}_0\end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix}1 & \underline{a} & \underline{a}^2\\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a}\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{G}_a\\ \underline{G}_b\\ \underline{G}_c\end{bmatrix} = \underline{\boldsymbol{T}}_S^{-1}\underline{\boldsymbol{g}}$
Zeigerbild der unsymmetrischen Größen in natürlichen Koordinaten und ihrer Zusammensetzung in symmetrischen Komponenten	
Scheinleistung in symmetrischen Komponenten	$\underline{S}_S = \underline{\boldsymbol{u}}_S^T\underline{\boldsymbol{i}}_S^* = \underline{U}_1\underline{I}_1^* + \underline{U}_2\underline{I}_2^* + \underline{U}_0\underline{I}_0^*$
Scheinleistung in natürlichen Koordinaten	$\underline{S} = \underline{\boldsymbol{u}}^T\underline{\boldsymbol{i}}^* = \underline{U}_a\underline{I}_a^* + \underline{U}_b\underline{I}_b^* + \underline{U}_c\underline{I}_c^*$
Transformation in Symmetrische Komponenten ist leistungsvariant	$\underline{S} = \underline{\boldsymbol{u}}^T\underline{\boldsymbol{i}}^* = (\underline{\boldsymbol{T}}_S\underline{\boldsymbol{u}}_S)^T(\underline{\boldsymbol{T}}_S\underline{\boldsymbol{i}}_S)^* = \underline{\boldsymbol{u}}_S^T\underline{\boldsymbol{T}}_S^T\underline{\boldsymbol{T}}_S^*\underline{\boldsymbol{i}}_S^*$ $= 3\underline{\boldsymbol{u}}_S^T\underline{\boldsymbol{i}}_S^* = 3\,\underline{S}_S$

3.5.2 Ersatzschaltungen in Symmetrischen Komponenten

Spannungsgleichungen aus 3.2 in Symmetrischen Komponenten (entkoppelt):

$$\begin{bmatrix} 0 & & \\ & 0 & \\ & & 3\underline{Z}_{\mathrm{ME}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{1\mathrm{A}} \\ \underline{I}_{2\mathrm{A}} \\ \underline{I}_{0\mathrm{A}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{q1}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Z}_1 & & \\ & \underline{Z}_2 & \\ & & \underline{Z}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{1\mathrm{A}} \\ \underline{I}_{2\mathrm{A}} \\ \underline{I}_{0\mathrm{A}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{1\mathrm{B}} \\ \underline{U}_{2\mathrm{B}} \\ \underline{U}_{0\mathrm{B}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_{1\mathrm{B}} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{2\mathrm{B}} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{0\mathrm{B}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{1\mathrm{B}} \\ \underline{I}_{2\mathrm{B}} \\ \underline{I}_{0\mathrm{B}} \end{bmatrix}$$

Stromgleichungen aus 3.2 in Symmetrischen Komponenten (entkoppelt):

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{1\mathrm{A}} \\ \underline{I}_{2\mathrm{A}} \\ \underline{I}_{0\mathrm{A}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{I}_{1\mathrm{B}} \\ \underline{I}_{2\mathrm{B}} \\ \underline{I}_{0\mathrm{B}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{Y}_1 & & \\ & \underline{Y}_2 & \\ & & \underline{Y}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_{1\mathrm{B}} \\ \underline{U}_{2\mathrm{B}} \\ \underline{U}_{0\mathrm{B}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ mit } \begin{bmatrix} \underline{U}_{1\mathrm{A}} \\ \underline{U}_{2\mathrm{A}} \\ \underline{U}_{0\mathrm{A}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{q1}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3\underline{Z}_{\mathrm{ME}}\underline{I}_{0\mathrm{A}} \end{bmatrix}$$

Mitsystem-Ersatzschaltung:

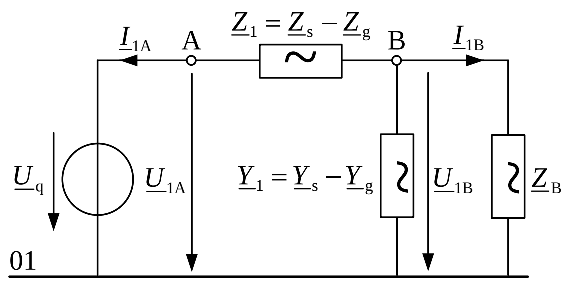
$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_\mathrm{s} - \underline{Z}_\mathrm{g}$

$\underline{Z}_{1\mathrm{B}} = \underline{Z}_\mathrm{B}$

$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_\mathrm{s} - \underline{Y}_\mathrm{g} = \underline{Y}_\mathrm{E} + 3\underline{Y}$

$\underline{U}_{\mathrm{q1}} = \underline{U}_{\mathrm{qa}} = \underline{U}_\mathrm{q}$

(vgl. Strangersatzschaltung 3.3.2)

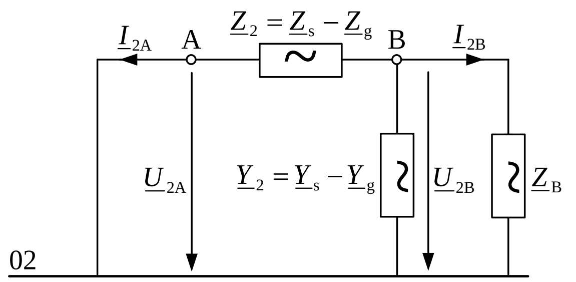


Gegensystem-Ersatzschaltung:

$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_1 = \underline{Z}_\mathrm{s} - \underline{Z}_\mathrm{g}$

$\underline{Z}_{2\mathrm{B}} = \underline{Z}_{1\mathrm{B}} = \underline{Z}_\mathrm{B}$

$\underline{Y}_2 = \underline{Y}_1 = \underline{Y}_\mathrm{s} - \underline{Y}_\mathrm{g} = \underline{Y}_\mathrm{E} + 3\underline{Y}$

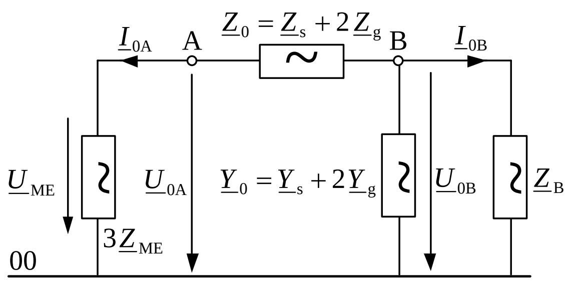


Nullsystem-Ersatzschaltung:

$\underline{Z}_0 = \underline{Z}_\mathrm{s} + 2\underline{Z}_\mathrm{g}$

$\underline{Z}_{0\mathrm{B}} = \underline{Z}_\mathrm{B}$

$\underline{Y}_0 = \underline{Y}_\mathrm{s} + 2\underline{Y}_\mathrm{g} = \underline{Y}_\mathrm{E}$



Die Sternpunkt-Erde-Impedanz $\underline{Z}_{\mathrm{ME}}$ geht mit ihrem 3-fachen Wert in die Ersatzschaltung für das Nullsystem ein. Für die Sternpunkt-Erde-Spannung gilt: $\underline{U}_{\mathrm{ME}} = 3\underline{Z}_{\mathrm{ME}}\underline{I}_{0\mathrm{A}}$

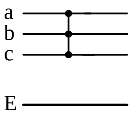
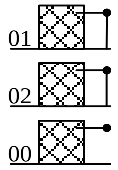
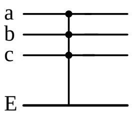
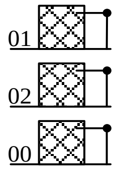
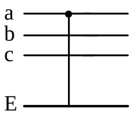
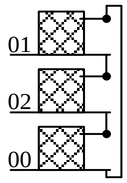
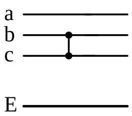
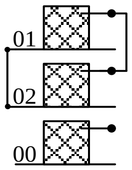
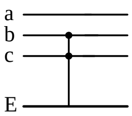
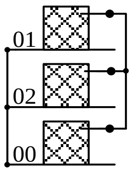
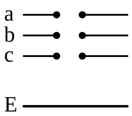
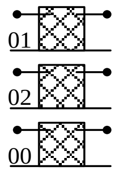
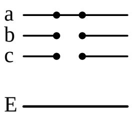
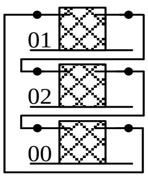
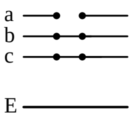
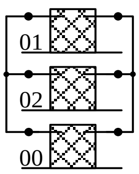
Bei Symmetrie gilt:

Im symmetrischen Zustand sind die Komponentensysteme nicht gekoppelt und die Gegen- und Nullsystemgrößen null (passive Ersatzschaltungen). Die Betrachtung der Mitsystem-Ersatzschaltung der Betriebsmittel ist ausreichend (vgl. Abschnitt 3.3.2).

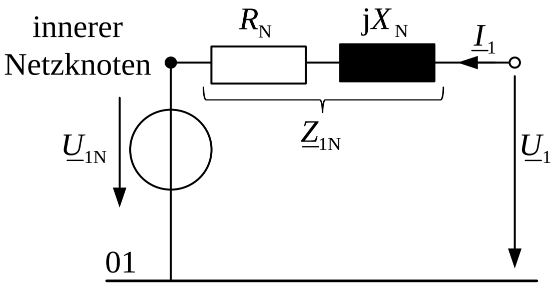
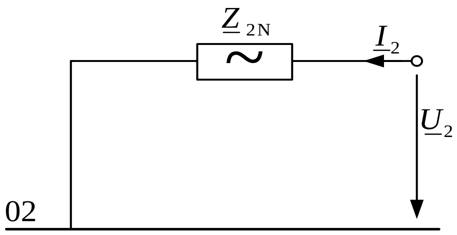
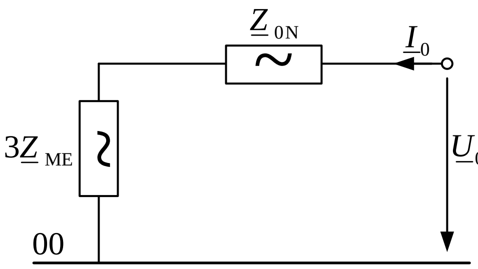
Im unsymmetrischen Fehlerfall gilt:

Unsymmetrische Fehler bewirken eine Verschaltung der Komponentensysteme an der Kurzschlussstelle in Abhängigkeit von der Fehlerart (siehe 3.5.3). Die Art der Verschaltung ergibt sich aus den drei in SK transformierten Fehlerbedingungen an der Kurzschlussstelle.

3.5.3 Fehlerbedingungen

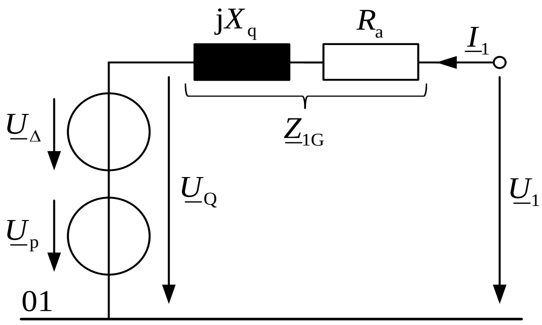
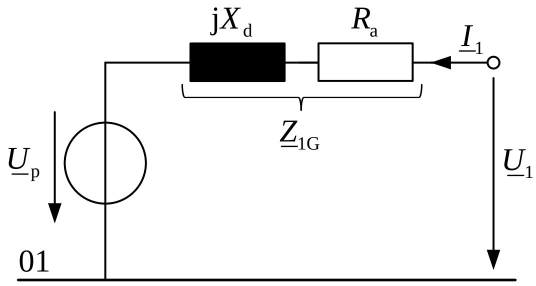
Fehlerart	Fehlerbedingungen				Schaltung der SK
	Originalsystem		Symmetr. Koordinaten		
3-pol. KS  	$\underline{U}_a - \underline{U}_b = 0$ $\underline{U}_b - \underline{U}_c = 0$ —	— — $\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = 0$	$\underline{U}_1 = 0$ $\underline{U}_2 = 0$ —	— — $\underline{I}_0 = 0$	
3-pol. EKS  	$\underline{U}_a = 0$ $\underline{U}_b = 0$ $\underline{U}_c = 0$	— — —	$\underline{U}_1 = 0$ $\underline{U}_2 = 0$ $\underline{U}_0 = 0$	— — —	
1-pol. EKS  	$\underline{U}_a = 0$ — —	— $\underline{I}_b = 0$ $\underline{I}_c = 0$	$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0$ — —	— $\underline{I}_2 = \underline{I}_1$ $\underline{I}_0 = \underline{I}_2$	
2-pol. KS  	— — $\underline{U}_b - \underline{U}_c = 0$	$\underline{I}_a = 0$ $\underline{I}_b + \underline{I}_c = 0$ —	— — $\underline{U}_2 = \underline{U}_1$	$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 0$ $\underline{I}_0 = 0$ —	
2-pol. EKS  	— $\underline{U}_b = 0$ $\underline{U}_c = 0$	$\underline{I}_a = 0$ — —	— $\underline{U}_2 = \underline{U}_1$ $\underline{U}_0 = \underline{U}_2$	$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0$ — —	
3-pol. UB  	— — —	$\underline{I}_a = 0$ $\underline{I}_b = 0$ $\underline{I}_c = 0$	— — —	$\underline{I}_1 = 0$ $\underline{I}_2 = 0$ $\underline{I}_0 = 0$	
2-pol. UB  	$\underline{U}_a = 0$ — —	— $\underline{I}_b = 0$ $\underline{I}_c = 0$	$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0$ — —	— $\underline{I}_2 = \underline{I}_1$ $\underline{I}_0 = \underline{I}_2$	
1-pol. UB  	— $\underline{U}_b = 0$ $\underline{U}_c = 0$	$\underline{I}_a = 0$ — —	— $\underline{U}_2 = \underline{U}_1$ $\underline{U}_0 = \underline{U}_2$	$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0$ — —	

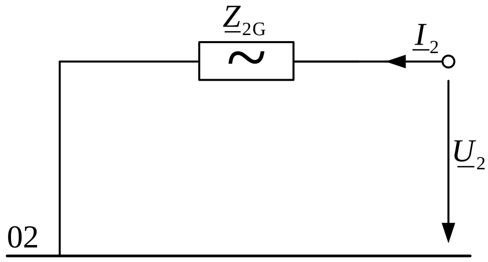
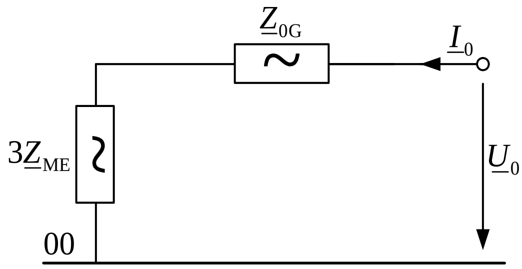
4 Ersatznetze

Mitsystem-Ersatzschaltung	
Netzinnenimpedanz: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{1N} = R_N + jX_N$	
Mitsystemimpedanz (Spannungsfaktor c siehe Abschnitt 12.3)	$Z_{1N} = \frac{cU_{nN}}{\sqrt{3}\,I''_k} = \frac{cU_{nN}^2}{S''_k} = X_{1N}\sqrt{1+\left(\frac{r_N}{x_N}\right)^2}$
R-zu-X-Verhältnis:	$r_N / x_N = \frac{R_N}{X_N}$
Kurzschlussleistung bei 3-pol. KS (fiktive Rechengröße)	$S''_k = \sqrt{3}U_{nN}\,I''_k = \sqrt{3}U_{nN}\frac{cU_{nN}}{\sqrt{3}\,Z_{1N}} = \frac{cU_{nN}^2}{Z_{1N}}$
Gegensystem-Ersatzschaltung	
In der Regel gilt für die Gegensystemimpedanz von Ersatznetzen: $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{2N} = \underline{Z}_{1N}$	
Nullsystem-Ersatzschaltung	
Die Nullsystemimpedanz $\underline{Z}_0 = \underline{Z}_{0N} + 3\underline{Z}_{ME}$ ist abhängig von der Sternpunkterdung: $\frac{Z_0}{Z_{1N}} = 3\frac{I''_k}{I''_{k1}} - 2$ (Verhältnis 3-pol. KS zu 1-pol. KS)	
Für Netze mit freiem Sternpunkt oder Resonanzsternpunkterdung gilt: $Z_0 \gg Z_{1N}$ Für Netze mit starrer Sternpunkterdung ($Z_{ME} = 0$) gilt in der Regel: $Z_0 = Z_{0N} > Z_{1N}$	
Sonderfall starres Netz	
$S''_k \rightarrow \infty$ und $\underline{Z}_{1N} = \underline{Z}_{2N} = \underline{Z}_{0N} = \underline{Z}_{ME} \rightarrow 0$ (frequenz- und spannungsstarres Netz)	

5 Synchronmaschinen

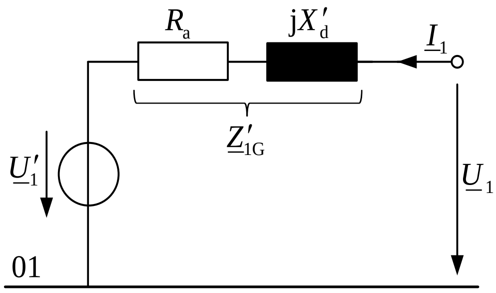
5.1 Ersatzschaltungen für den stationären Betrieb

Mitsystem-Ersatzschaltungen	
Allgemeine Generatorgleichung	$\underline{U}_1 = (R_a + \mathrm{j}X_1)\underline{I}_1 + \underline{U}_\Delta + \underline{U}_p$ $\underline{U}_\Delta = \mathrm{j}(X_d - X_1)\underline{I}_{1d} + \mathrm{j}(X_q - X_1)\underline{I}_{1q}$
Mitsystem-Ersatzschaltung der Schenkelpolmaschine	
Schenkelpolmaschine: $X_d \neq X_q$ Zweckmäßig: $X_1 = X_q$ Mitsystemimpedanz: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{1G} = R_a + \mathrm{j}X_q$	
Mitsystem-Ersatzschaltung der Vollpolmaschine	
Vollpolmaschine: $X_d = X_q$ Zweckmäßig: $X_1 = X_d$ Mitsystemimpedanz: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{1G} = R_a + \mathrm{j}X_d$	
Polradspannung (nichtlineare Funktion des Erregerstroms, Leerlaufkennlinie) und Erregergrad	$U_p = f(I'_f)$ und $\varepsilon = \dfrac{U_p}{U_{rG}/\sqrt{3}}$
Leerlauf-Erregerstrom I'_{f0}	$U_p(I'_{f0}) = U_{rG}/\sqrt{3}$ und $\varepsilon = 1$
Über- bzw. Untererregung	$I'_f > I'_{f0}$ und $\varepsilon > 1$ bzw. $I'_f < I'_{f0}$ und $\varepsilon < 1$
Polradwinkel	$\delta_p = \measuredangle(\underline{U}_p, \underline{U}_1) = \varphi_{Up} - \varphi_{U1}$
Bezugsimpedanz	$Z_B = \dfrac{U_{rG}^2}{S_{rG}} = \dfrac{U_{rG}}{\sqrt{3}I_{rG}}$
Ankerwiderstand	$R_a = r_a\ Z_B$
Synchrone Längsreaktanz	$X_d = x_d\ Z_B$
Synchrone Querreaktanz	$X_q = x_q\ Z_B$

<table>
<tr><th colspan="2">Gegensystem-Ersatzschaltung</th></tr>
<tr><td>Gegensystemimpedanz:
$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{2G} = R_a + \frac{j}{2}(X''_d + X''_q) + \frac{1}{4}(k_f^2 R_f + k_D^2 R_D + k_Q^2 R_Q)$$</td><td>
</td></tr>
<tr><th colspan="2">Nullsystem-Ersatzschaltung</th></tr>
<tr><td>Nullsystemimpedanz:
$$\underline{Z}_0 = \underline{Z}_{0G} + 3\underline{Z}_{ME} = R_a + jX_{0G} + 3R_{ME} + 3jX_{ME}$$</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Üblicherweise sind die Sternpunkte der Synchronmaschinen nicht geerdet: $Z_{ME} \to \infty$</td></tr>
</table>

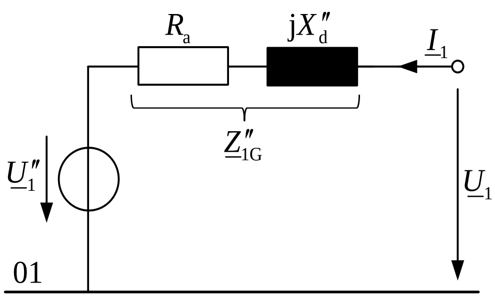
5.2 Ersatzschaltung für den transienten Betrieb

<table>
<tr><th colspan="2">Mitsystem-Ersatzschaltung der Vollpolmaschine für den transienten Betrieb</th></tr>
<tr><td>Transiente Längsreaktanz:
$X'_d = x'_d \, Z_B$

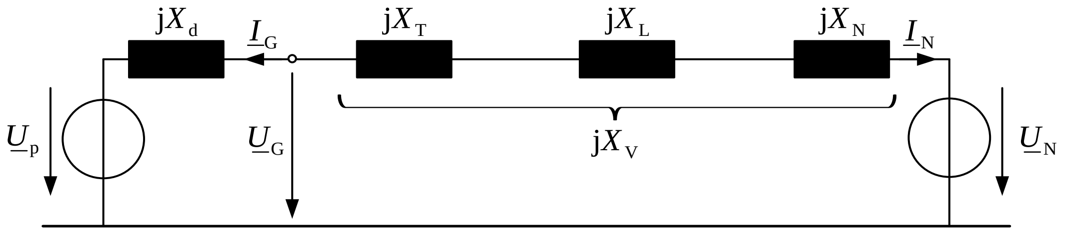
Transiente Spannung:
$$\underline{U}'_1 = \underline{U}_1(0^-) - (R_a + jX'_d)\,\underline{I}_1(0^-) = \underline{U}_1(0^-) - \underline{Z}'_{1G}\,\underline{I}_1(0^-)$$</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2">Bestimmung der transienten Spannung $\underline{U}'_1$ (und der subtransienten Spannungen $\underline{U}''_1$ in 5.3) erfolgt jeweils mit den Klemmengrößen unmittelbar vor der Störung ($t = 0^-$).</td></tr>
</table>

5.3 Ersatzschaltung für den subtransienten Betrieb

<table>
<tr><th colspan="2">Mitsystem-Ersatzschaltung der Vollpolmaschine für den subtransienten Betrieb</th></tr>
<tr><td>Subtransiente Längsreaktanz:
$X''_d = x''_d \, Z_B$

Subtransiente Spannung:
$$\underline{U}''_1 = \underline{U}_1(0^-) - (R_a + jX''_d)\,\underline{I}_1(0^-) = \underline{U}_1(0^-) - \underline{Z}''_{1G}\,\underline{I}_1(0^-)$$</td><td>
</td></tr>
</table>

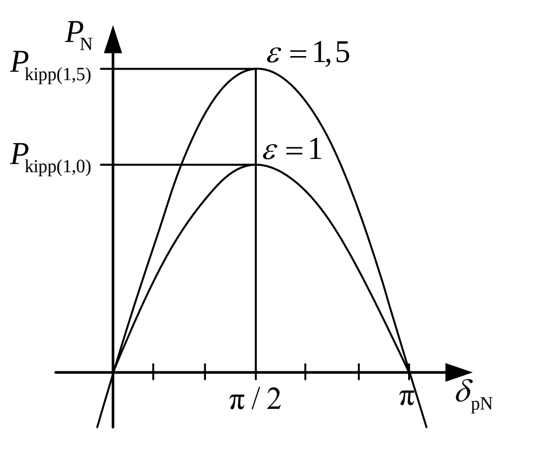
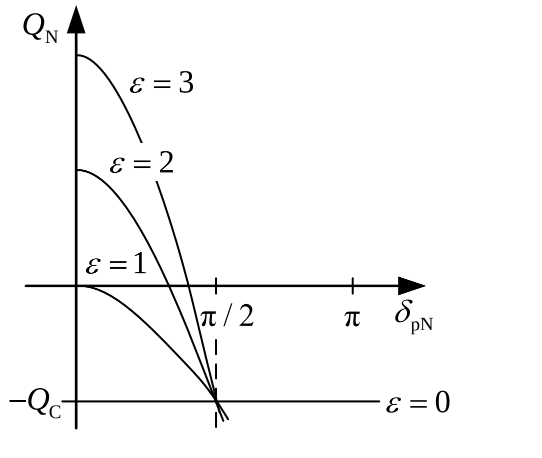
5.4 Synchroner Netzbetrieb

Beispiel: Synchronmaschine speist über Transformator und Leitung in ein Netz ein	
Mitsystem-Ersatzschaltung bezogen auf eine Spannungsebene:  mit der Polradspannung $\underline{U}_p = U_p\,e^{j\varphi_{Up}}$ und der inneren Netzspannung[4] $\underline{U}_N = U_N\,e^{j\varphi_{UN}}$	
Vom Netz am inneren Netzknoten aufgenommene Scheinleistung[5]	$\underline{S}_N = P_N + jQ_N = 3\underline{U}_N\underline{I}_N^* = j\frac{3U_pU_N}{X_d+X_V}e^{-j\delta_{pN}} - j\frac{3U_N^2}{X_d+X_V} = j\varepsilon Q_C\,e^{-j\delta_{pN}} - jQ_C$
Maximal übertragbare Wirkleistung	$P_{kipp} = 3\frac{U_p U_N}{X_d+X_V}$
Maximale vom Netz am inneren Netzknoten abgegebene Blindleistung bei $\varepsilon = 0$	$Q_C = 3\frac{U_N^2}{X_d+X_V}$
Resultierender Polradwinkel[4] (Bezug: innere Netzspannung)	$\delta_{pN} = \measuredangle\left(\underline{U}_p, \underline{U}_N\right) = \varphi_{Up} - \varphi_{UN}$
Resultierender Erregergrad[4] (Bezug: innere Netzspannung)	$\varepsilon = \frac{U_p}{U_N}$

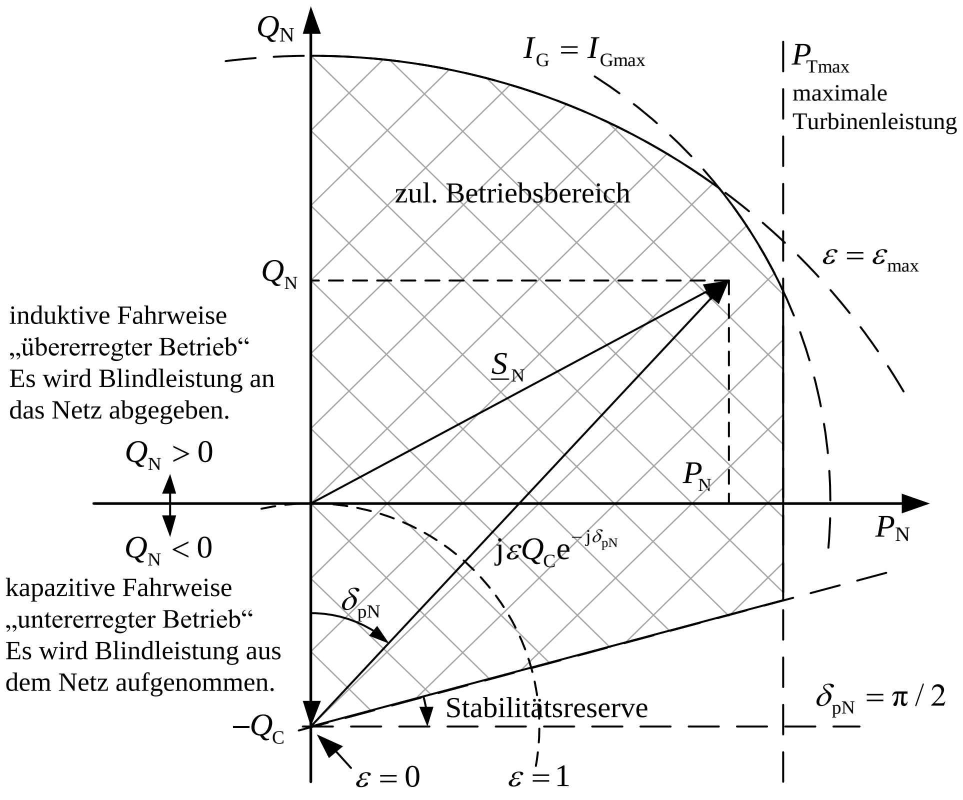
[4] Die innere Netzspannung $\underline{U}_N$ beschreibt eine starre Spannung mit der der Leistungsaustausch der Anordnung beschrieben werden kann und auf die die resultierenden Größen Polradwinkel und Erregergrad bezogen werden. Für $X_V = 0$ gehen die Gleichungen für diese Größen in die Gleichungen in Abschnitt 5.1 über.

[5] Um bei der Verwendung des VZS die im normalen Betrieb des Generators auftretenden negativen Werte für die Generatorwirkleistungen und -blindleistungen zu vermeiden, werden im Folgenden die am inneren Netzknoten aufgenommenen Leistungen betrachtet.

5.4.1 Leistungs-Winkelkennlinien

Wirkleistungs-Winkelkennlinie	Blindleistungs-Winkelkennlinie
$P_{\mathrm{N}} = P_{\mathrm{kipp}} \sin \delta_{\mathrm{pN}}$	$Q_{\mathrm{N}} = Q_{\mathrm{C}} \left(\varepsilon \cos \delta_{\mathrm{pN}} - 1 \right)$
	

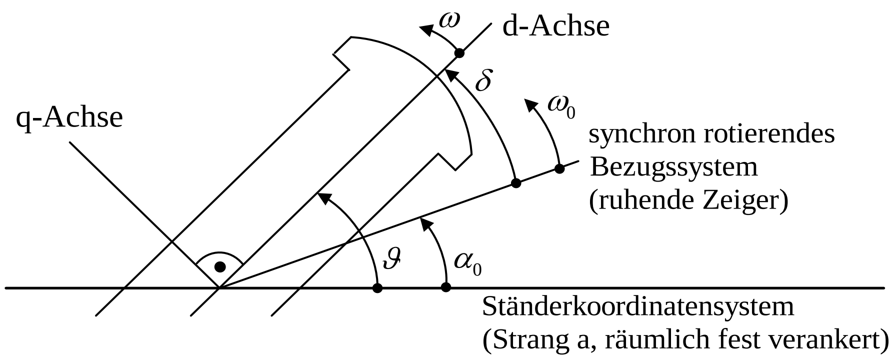
5.4.2 Leistungsdiagramm



Die Betriebsbereiche induktive und kapazitive Fahrweise werden in der Praxis auch als „übererregter Betrieb“ und „untererregter Betrieb“ bezeichnet, obwohl in Abhängigkeit vom an das Netz abgegebenen Strom auch im übererregten Betrieb der Synchronmaschine mit $I_{\mathrm{f}} > I_{\mathrm{f0}}$ eine kapazitive Fahrweise mit $Q_{\mathrm{N}} < 0$ möglich ist.

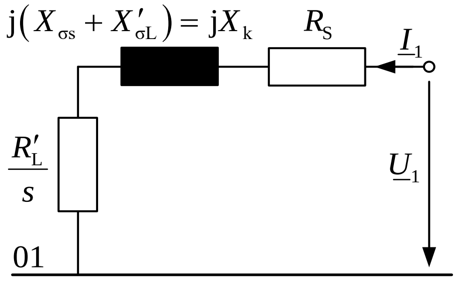
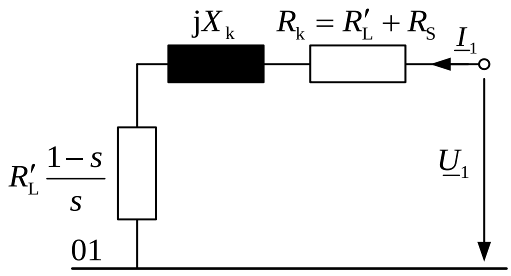
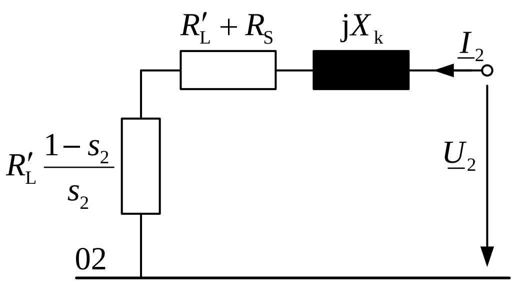
5.5 Drehimpulssatz und Bewegungsgleichung

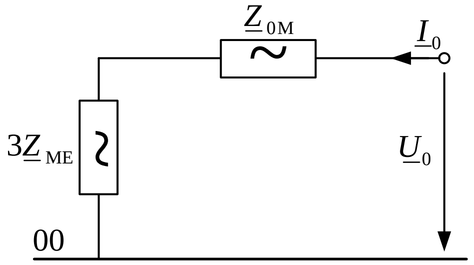
Synchrone Drehzahl	$n_0 = \frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{\omega_0}{2\pi p} = \frac{f}{p}$
Polpaarzahl	p
Mechanische und elektrische Winkelgeschwindigkeit	$\Omega = 2\pi n$ und $\omega = \Omega p = 2\pi np$
Drehimpulssatz	$J\dot{\Omega} = M_\mathrm{T} - M_\delta - M_\mathrm{D}$
Massenträgheitsmoment	$J = J_\text{Läufer} + J_\text{Turbine(n)}$
Zusammenhang Leistung, Drehmoment und Drehzahl	$P = M \cdot \Omega = M \cdot 2\pi n \overset{\Delta\Omega \ll \Omega_0}{\approx} M \cdot \Omega_0$
Bewegungsgleichung (für $\Delta\omega \ll \omega_0$)	$\dot{\omega} = \ddot{\delta} = k_\mathrm{M}(P_\mathrm{T} - P_\mathrm{N} - P_\mathrm{D})$ $= k_\mathrm{M}(P_\mathrm{T} - P_\mathrm{N}) - d_\mathrm{M}\Delta\omega$ und $\dot{\delta} = \Delta\omega = \omega - \omega_0 = \dot{\vartheta} - \omega_0$
Dämpfungsleistung	$P_\mathrm{D} = D \cdot \Delta\dot{\delta} = D \cdot \Delta\omega = D(\omega - \omega_0)$
Dämpfungskonstante	D
Maschinenkonstanten	$k_\mathrm{M} = \frac{\omega_0}{T_\mathrm{M} S_\mathrm{rG}}$ und $d_\mathrm{M} = D \cdot k_\mathrm{M}$
Elektromechanische Zeitkonstante	$T_\mathrm{M} = \frac{J\Omega_0^2}{S_\mathrm{rG}}$
Zusammenhang Winkelkoordinaten	$\vartheta = \omega_0 t + \delta + \alpha_0$



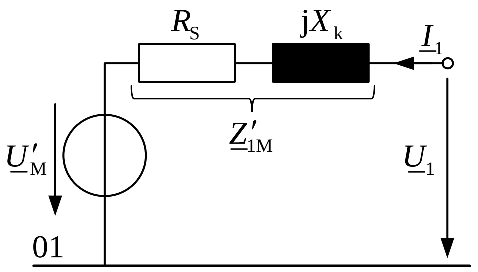
6 Asynchronmaschinen mit Kurzschlussläufer

6.1 Vereinfachte Ersatzschaltungen für den stationären Betrieb

Mitsystem-Ersatzschaltung (Annahme $X_h \to \infty$)	
	
Ersatzschaltungselemente (Läufergrößen auf Ständerseite umgerechnet)	R_S Ständerwiderstand $X_{\sigma S}$ Ständerstreureaktanz R'_L Läuferwiderstand $X'_{\sigma L}$ Läuferstreureaktanz
Aufteilung von R'_L / s in schlupfabhängigen und -unabhängigen Anteil (rechtes ESB). Der Ständerwiderstand R_S ist bei mittleren und großen Motorleistungen bei Nennfrequenz vernachlässigbar.	
Schlupf und synchrone Drehzahl	$s = \frac{n_0 - n}{n_0}$ mit $n_0 = \frac{f}{p} = \frac{\omega_0}{2\pi p}$
Mitsystem-Impedanz: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{1M} = R_S + \frac{R'_L}{s} + \mathrm{j}(X_{\sigma S} + X'_{\sigma L}) \approx \frac{R'_L}{s} + \mathrm{j}X_k$	
Bemessungsscheinleistung	$S_{rM} = \frac{P_{r\,mech}}{\cos(\varphi_{rM})\,\eta_{rM}}$ (für Motorbetrieb)
Kurzschlussimpedanz mit dem Anlaufstrom I_{an} bei U_{rM} und $s = 1$	$Z_{1M} = \frac{1}{I_{an}/I_{rM}} \frac{U_{rM}^2}{S_{rM}} = \frac{1}{I_{an}/I_{rM}} Z_B$ $= \sqrt{(R_S + R'_L)^2 + X_k^2} \approx \sqrt{R'^2_L + X_k^2}$
Verluste bei Bemessungsstrom und $s = 1$	$P_{Vkr} = 3(R_S + R'_L) I_{rM}^2 \approx 3R'_L I_{rM}^2 = R'_L \frac{S_{rM}}{Z_B}$
Gegensystem-Ersatzschaltung (Annahme $X_h \to \infty$)	
Gegensystemimpedanz $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{2M} = \frac{R'_L}{2-s} + R_S + \mathrm{j}X_k$ mit $s_2 = 2 - s = \frac{-n_0 - n}{-n_0} = \frac{2n_0 - (n_0 - n)}{n_0}$	

Nullsystem-Ersatzschaltung (Annahme $X_\mathrm{h} \to \infty$)	
Nullsystemimpedanz $\underline{Z}_0 = \underline{Z}_{0\mathrm{M}} + 3\underline{Z}_{\mathrm{ME}}$ $\quad = R'_\mathrm{L} + R_\mathrm{S} + \mathrm{j}X_{0\mathrm{k}} + 3R_{\mathrm{ME}} + \mathrm{j}3X_{\mathrm{ME}}$ mit $X_{0\mathrm{k}} < X_\mathrm{k}$	
Üblicherweise sind die Sternpunkte der Asynchronmaschinen nicht geerdet: $Z_{\mathrm{ME}} \to \infty$	

6.2 Vereinfachte Ersatzschaltung für den transienten Betrieb

Mitsystem-Ersatzschaltung für den transienten Betrieb (Annahme $X_\mathrm{h} \to \infty$)	
Transiente Motorimpedanz: $\underline{Z}'_{1\mathrm{M}} = R_\mathrm{S} + \mathrm{j}X_\mathrm{k} \approx \mathrm{j}X_\mathrm{k}$ Transiente Spannung: $\underline{U}'_\mathrm{M} = \underline{U}_1(0^-) - \left(R_\mathrm{S} + \mathrm{j}X_\mathrm{k}\right)\underline{I}_1(0^-)$ $\quad = \underline{U}_1(0^-) - \underline{Z}'_{1\mathrm{M}}\,\underline{I}_1(0^-)$	
Die Bestimmung der transienten Spannung $\underline{U}'_\mathrm{M}$ erfolgt mit den Klemmengrößen unmittelbar vor der Störung ($t = 0^-$) mit $\underline{U}'_\mathrm{M} = \underline{U}_1(0^-) - \left(R_\mathrm{S} + \mathrm{j}X_\mathrm{k}\right)\underline{I}_1(0^-)$.	

6.3 Bewegungsgleichung

Bewegungsgleichung (Drehimpulssatz)	$J_\mathrm{M}\dot{\Omega} = M_\mathrm{m} - M_\mathrm{w}$
Widerstandsmoment	$M_\mathrm{w} = M_{\mathrm{w}0} + M_{\mathrm{w}1}\dfrac{\Omega}{\Omega_0} + M_{\mathrm{w}2}\dfrac{\Omega^2}{\Omega_0^2}$
Drehzahl und mech. Winkelgeschwindigkeit (f_L = Frequenz im Läufer)	$n = \dfrac{f_0 - f_\mathrm{L}}{p} = \dfrac{\Omega}{2\pi} = \dfrac{\Omega_0(1-s)}{2\pi} = \dfrac{\omega_0}{2\pi\, p}(1-s)$
Drehmoment (Kloss'sche Formel)	$M = M_\mathrm{kipp}\dfrac{2s\,s_\mathrm{kipp}}{s^2 + s_\mathrm{kipp}^2}$
Kippmoment und Kippschlupf	$M_\mathrm{kipp} = 3\dfrac{U_1^2}{2\pi n_0}\dfrac{1}{2X_\mathrm{k}}$ und $s_\mathrm{kipp} = \dfrac{R'_\mathrm{L}}{X_\mathrm{k}}$

7 Transformatoren

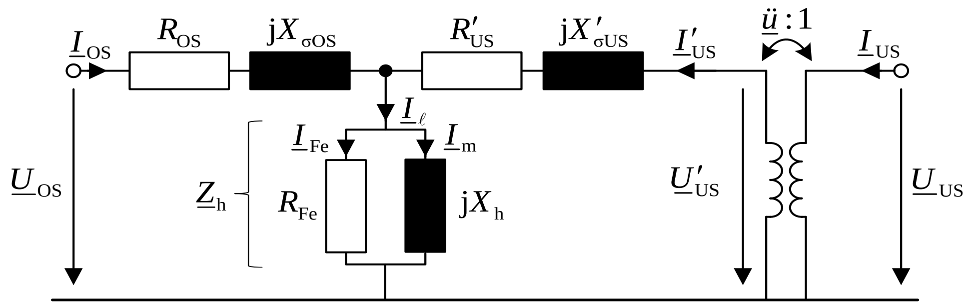
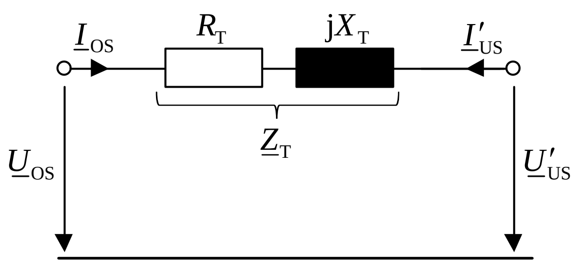
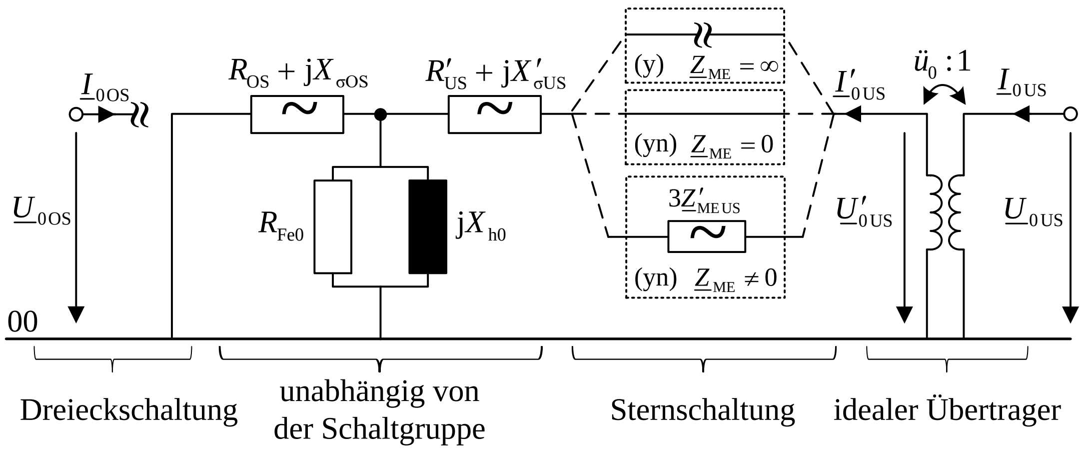
7.1 Schaltungsbezeichnungen

Schaltung	Symbol	OS-Kennbuchstabe	MS-/US-Kennbuchstabe
Sternschaltung	⅄	Y	y
Dreieckschaltung	Δ	D	d
Zickzackschaltung		Z	z
Sternpunkt rausgeführt		YN, ZN	yn, zn
Spartransformator		Ya / Yauto	
Kennzeichnung der Schaltgruppen von Zweiwicklungstransformatoren			
Schaltgruppe = $\{$Kennbuchstabe OS$\}$ $\{$Kennbuchstabe US$\}$ $\{$Kennzahl $k\}$			
Kennzeichnung der Schaltgruppen von Dreiwicklungstransformatoren			
Schaltgruppe = $\{$Kennbuchstabe OS$\}$ $\{$Kennbuchstabe MS$\}$ $\{$Kennzahl $k_{\text{OS-MS}}\}$ $\{$Kennbuchstabe US$\}$ $\{$Kennzahl $k_{\text{OS-US}}\}$			
Die Schaltgruppen-Kennzahl k gibt das Vielfache von 30° an, um das die Klemmenspannungen der MS- bzw. der US-Wicklung den Klemmenspannungen der OS-Wicklung im stationären symmetrischen Betrieb nacheilen.			

7.2 Transformationsbeziehungen

Übersetzungsverhältnisse		
Mitsystem	$\underline{\ddot{u}}_1 = \ddot{u}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\frac{\pi}{6}} = \frac{U_{\mathrm{rTOS}}}{U_{\mathrm{rTUS}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\frac{\pi}{6}} = \frac{w_{\mathrm{OS}}}{w_{\mathrm{US}}}\,\underline{m}_{\mathrm{SG}}$	
Gegensystem	$\underline{\ddot{u}}_2 = \underline{\ddot{u}}_1^*$	
Nullsystem	$\underline{\ddot{u}}_0 = \ddot{u}_0 = \lvert\underline{\ddot{u}}_1\rvert = \ddot{u}$	
Umrechnung Mitsystem-Größen	**US auf OS-Seite**	**OS auf US-Seite**
Spannungen	$\underline{U}'_{1\mathrm{US}} = \underline{U}_{1\mathrm{US}} \cdot \underline{\ddot{u}}_1$	$\underline{U}'_{1\mathrm{OS}} = \underline{U}_{1\mathrm{OS}} \cdot 1/\underline{\ddot{u}}_1$
Ströme	$\underline{I}'_{1\mathrm{US}} = \underline{I}_{1\mathrm{US}} \cdot 1/\underline{\ddot{u}}_1^*$	$\underline{I}'_{1\mathrm{OS}} = \underline{I}_{1\mathrm{OS}} \cdot \underline{\ddot{u}}_1^*$
Impedanzen	$\underline{Z}'_{1\mathrm{US}} = \underline{Z}_{1\mathrm{US}} \cdot \underline{\ddot{u}}_1^2$	$\underline{Z}'_{1\mathrm{OS}} = \underline{Z}_{1\mathrm{OS}} \cdot 1/\underline{\ddot{u}}_1^2$
Entsprechende Umrechnungen für das Gegen- und Nullsystem erfolgen analog unter Verwendung von $\underline{\ddot{u}}_2$ und $\underline{\ddot{u}}_0$.		

7.3 Zweiwicklungstransformator

Mitsystem- ($\underline{ü} = \underline{ü}_1$) und Gegensystem- ($\underline{ü} = \underline{ü}_2$) Ersatzschaltung	
Vollständige Ersatzschaltung[6)] (mit idealem Übertrager[7)] – bezogen auf OS-Seite): 	
Hauptfeldimpedanz	$\underline{Z}_h = R_{Fe} \parallel jX_h$
Vereinfachte Ersatzschaltung (ohne idealen Übertrager – bezogen auf OS-Seite): (gilt für $\underline{Z}_h \to \infty$) 	
Kurzschlussimpedanz	$\underline{Z}_T = R_T + jX_T = R_{OS} + R'_{US} + j(X_{\sigma OS} + X'_{\sigma US})$
Nullsystem-Ersatzschaltung	
Die Ersatzschaltung für das Nullsystem ist abhängig von	1) Schaltgruppe 2) Sternpunkterdung 3) Kernbauart
Vollständiges T-ESB mit idealem Übertrager – bezogen auf OS-Seite – Dy(n)5: 	

6) Die Elemente der Ersatzschaltungen sind im Mit- und Gegensystem identisch, daher wurde auf die Indizierung verzichtet. Es sind jedoch die unterschiedlichen Übersetzungsverhältnisse zu beachten (siehe Abschnitt 7.2).

7) siehe Abschnitt 2.7.3

7.4 Bestimmung der Elemente der Transformatorersatzschaltungen

7.4.1 Bestimmung der Längselemente mit dem Kurzschluss-Versuch

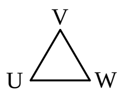
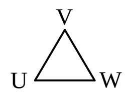
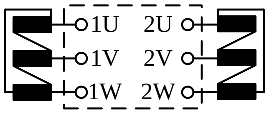
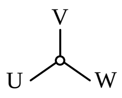
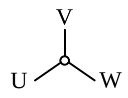
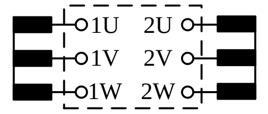
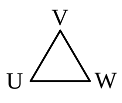
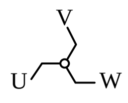
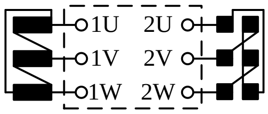
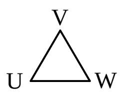
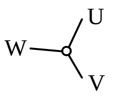
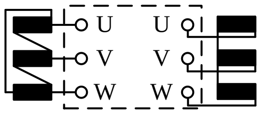
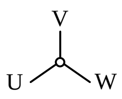
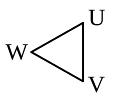
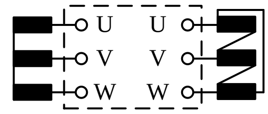
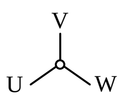
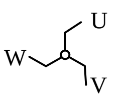
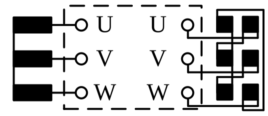
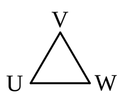
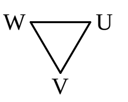
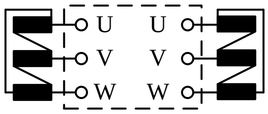
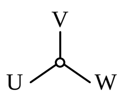
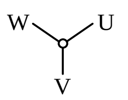
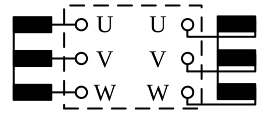
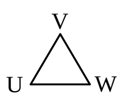
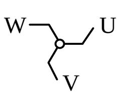
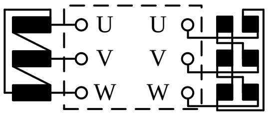
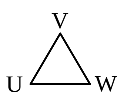
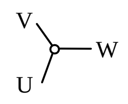
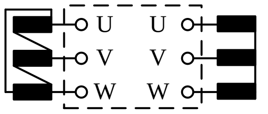
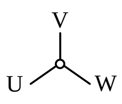
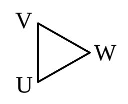
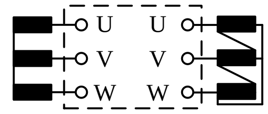
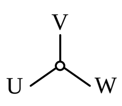
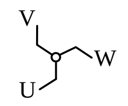
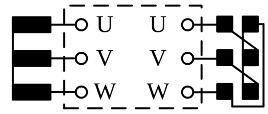
Die Querelemente werden zur Bestimmung der Längselemente vernachlässigt.	
Bezugsimpedanz	$Z_{\mathrm{B}} = \frac{U_{\mathrm{rT}}^2}{S_{\mathrm{rT}}}$ $U_{\mathrm{rT}} = U_{\mathrm{rTOS}}$ für Bezug auf OS-Seite $U_{\mathrm{rT}} = U_{\mathrm{rTUS}}$ für Bezug auf US-Seite
Kurzschlussimpedanz	$Z_{\mathrm{T}} = u_{\mathrm{k}} \frac{U_{\mathrm{rT}}^2}{S_{\mathrm{rT}}} = u_{\mathrm{k}} Z_{\mathrm{B}}$
Widerstand der Kurzschluss-impedanz	$R_{\mathrm{T}} = r_{\mathrm{T}} Z_{\mathrm{B}} = r_{\mathrm{T}} \frac{U_{\mathrm{rT}}^2}{S_{\mathrm{rT}}} = \frac{P_{\mathrm{Vkr}}}{3 I_{\mathrm{rT}}^2} = \frac{P_{\mathrm{Vkr}}}{S_{\mathrm{rT}}} Z_{\mathrm{B}} = u_{\mathrm{R}} Z_{\mathrm{B}}$
Reaktanz der Kurschluss-impedanz	$X_{\mathrm{T}} = \sqrt{Z_{\mathrm{T}}^2 - R_{\mathrm{T}}^2} = \sqrt{u_{\mathrm{k}}^2 - u_{\mathrm{R}}^2}\, Z_{\mathrm{B}} = u_{\mathrm{X}}\, Z_{\mathrm{B}}$
Üblicherweise werden R_{T} und X_{T} je zur Hälfte auf die Wicklungsimpedanzen[8)] der OS- und US-Seite der Mit-, Gegen- und Nullsystemersatzschaltungen aufgeteilt, siehe Abschnitt 7.3.	

7.4.2 Bestimmung der Querelemente mit dem Leerlauf-Versuch

Die Längselemente werden zur Bestimmung der Querelemente vernachlässigt.	
Leerlaufstrom	$I_{\ell} \approx \frac{U_{\mathrm{rT}}}{\sqrt{3}\, Z_{\mathrm{h}}} \quad \rightarrow\; i_{\ell} = \frac{1}{Z_{\mathrm{h}}} \frac{U_{\mathrm{rT}}^2}{S_{\mathrm{rT}}} = \frac{1}{Z_{\mathrm{h}}} Z_{\mathrm{B}}$
Magnetisierungsstrom	$I_{\mathrm{m}} \approx \frac{U_{\mathrm{rT}}}{\sqrt{3}\, X_{\mathrm{h}}} \quad \rightarrow\; i_{\mathrm{m}} = \frac{1}{X_{\mathrm{h}}} \frac{U_{\mathrm{rT}}^2}{S_{\mathrm{rT}}} = \frac{1}{X_{\mathrm{h}}} Z_{\mathrm{B}}$
Leerlaufimpedanz	$Z_{\mathrm{h}} = \frac{1}{i_{\ell}} \frac{U_{\mathrm{rT}}^2}{S_{\mathrm{rT}}} = \frac{1}{i_{\ell}} Z_{\mathrm{B}}$
Eisenverlustwiderstand	$R_{\mathrm{Fe}} = \frac{U_{\mathrm{rT}}^2}{P_{\mathrm{V}\ell\mathrm{r}}} = \frac{1}{P_{\mathrm{V}\ell\mathrm{r}} / S_{\mathrm{rT}}} Z_{\mathrm{B}}$
Hauptfeldreaktanz	$X_{\mathrm{h}} = \frac{Z_{\mathrm{h}} R_{\mathrm{Fe}}}{\sqrt{R_{\mathrm{Fe}}^2 - Z_{\mathrm{h}}^2}} = \frac{1}{i_{\mathrm{m}}} \frac{U_{\mathrm{rT}}^2}{S_{\mathrm{rT}}} = \frac{1}{i_{\mathrm{m}}} Z_{\mathrm{B}}$
Hauptfeldreaktanz des Nullsystems	$X_{\mathrm{h0}} = k_0 X_{\mathrm{h1}}$ (k_0 abhängig von der Kernbauart)
Die Elemente des Nullsystems können mit einem entsprechenden Leerlaufversuch bei Einspeisung eines Nullsystems oder vereinfachend über Faktoren (k_0) bestimmt bzw. abgeschätzt werden	

8) Bei einem Drehstromtransformator wird die Impedanz als Impedanz je Strang angegeben. Dabei wird die Impedanz z. B. bei in Dreieck geschalteten Wicklungen so umgerechnet, dass sie einer äquivalenten Stern-Ersatzschaltung entspricht.

7.5 Auswahl von Schaltgruppen nach DIN VDE 0532

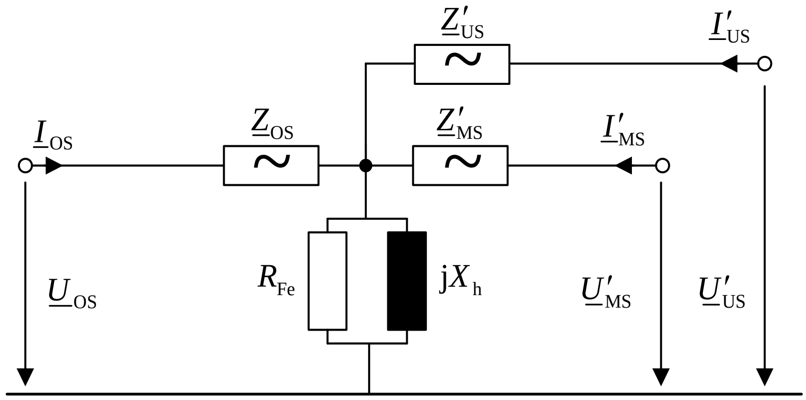
Kennzahl	Schaltgruppe	Zeigerbild OS	Zeigerbild US	Schaltungsbild OS US
0	Dd0			
	Yy0			
	Dz0			
5	**Dy5**			
	Yd5			
	Yz5			
6	Dd6			
	Yy6			
	Dz6			
11	Dy11			
	Yd11			
	Yz11			

Yy0 kennzeichnet die Vorzugsschaltgruppen

7.6 Dreiwicklungstransformator

Ersatzschaltung für das Mit- und Gegensystem

Vereinfachte Ersatzschaltung (ohne idealen Übertrager – bezogen auf OS-Seite):



Die Berechnung der Parameter der Ersatzschaltungen des Dreiwicklungstransformators unterliegt den gleichen Berechnungsvorschriften wie beim Zweiwicklungstransformator. Es sind mindestens drei Kurzschluss-Versuche, bei denen jeweils eine Wicklungsseite im Leerlauf betrieben wird, und ein Leerlauf-Versuch erforderlich. Die Querelemente (X_{h} und R_{Fe}) berechnen sich nach Abschnitt 7.4.2.

Durchgangsleistungen	$S_{\mathrm{rTOSMS}} = \min\left(S_{\mathrm{rTOS}}, S_{\mathrm{rTMS}}\right)$
	$S_{\mathrm{rTOSUS}} = \min\left(S_{\mathrm{rTOS}}, S_{\mathrm{rTUS}}\right)$
	$S_{\mathrm{rTMSUS}} = \min\left(S_{\mathrm{rTMS}}, S_{\mathrm{rTUS}}\right)$
Auf die OS-Seite bezogene Kurzschlussimpedanzen	$Z_{\mathrm{OSMS}} = u_{\mathrm{kOSMS}} \dfrac{U_{\mathrm{rTOS}}^2}{S_{\mathrm{rTOSMS}}}$
	$Z_{\mathrm{OSUS}} = u_{\mathrm{kOSUS}} \dfrac{U_{\mathrm{rTOS}}^2}{S_{\mathrm{rTOSUS}}}$
	$Z'_{\mathrm{MSUS}} = u_{\mathrm{kMSUS}} \dfrac{U_{\mathrm{rTOS}}^2}{S_{\mathrm{rTMSUS}}}$
Wicklungsimpedanzen[9)]	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{\mathrm{OS}} \\ \underline{Z}'_{\mathrm{MS}} \\ \underline{Z}'_{\mathrm{US}} \end{bmatrix} = \dfrac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{Z}_{\mathrm{OSMS}} \\ \underline{Z}_{\mathrm{OSUS}} \\ \underline{Z}'_{\mathrm{MSUS}} \end{bmatrix}$

9) Die Wicklungsimpedanzen können zum Teil negative Werte annehmen. Dies ist in der Wahl der Ersatzschaltung begründet.

8 Leitungen

Die Leitungskonstanten und die Ersatzschaltungen für das Mit-, Gegen- und Nullsystem sind im Hinblick auf die Struktur identisch. Durch Verwendung der jeweiligen Leitungsbeläge für das Mit-, Gegen- und Nullsystem lassen sich die Leitungskonstanten berechnen und die Elemente der Ersatzschaltungen parametrieren.

8.1 Wellenimpedanz und Ausbreitungskonstante

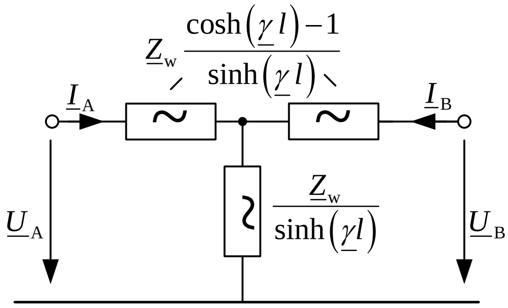
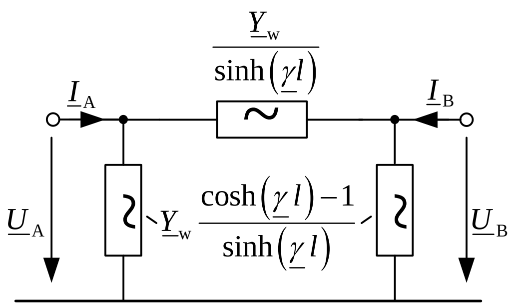
Für (verlustbehaftete) Leitungen gilt allgemein:	
Wellenimpedanz und -admittanz	$\underline{Z}_\mathrm{w} = \sqrt{\dfrac{R' + \mathrm{j}\omega L'}{G' + \mathrm{j}\omega C'}} = \dfrac{1}{\underline{Y}_\mathrm{w}}$
Ausbreitungskonstante mit Dämpfungs- α und Phasenkonstante β	$\underline{\gamma} = \sqrt{\left(R' + \mathrm{j}\omega L'\right)\left(G' + \mathrm{j}\omega C'\right)} = \alpha + \mathrm{j}\beta$
R', L', G' und C' sind die Leitungsbeläge in Ω / km, H / km, S / km und F / km	
Für verlustarme Leitungen ($R' \ll \omega L'$ und $G' \ll \omega C'$) gilt:	
Wellenimpedanz[10] und -admittanz	$\underline{Z}_\mathrm{w} = \dfrac{1}{\underline{Y}_\mathrm{w}} \approx \sqrt{\dfrac{L'}{C'}}\left(1 - \mathrm{j}\dfrac{1}{2}\dfrac{R'}{\omega L'}\right) \approx \sqrt{\dfrac{L'}{C'}}$
Ausbreitungskonstante mit Dämpfungs- α und Phasenkonstante β	$\underline{\gamma} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{R'}{L'} + \dfrac{G'}{C'}\right)\sqrt{L'C'} + \mathrm{j}\omega\sqrt{L'C'}$

8.2 Lösung der Leitungsgleichungen im Frequenzbereich

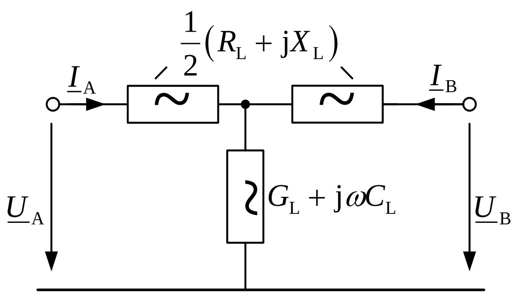
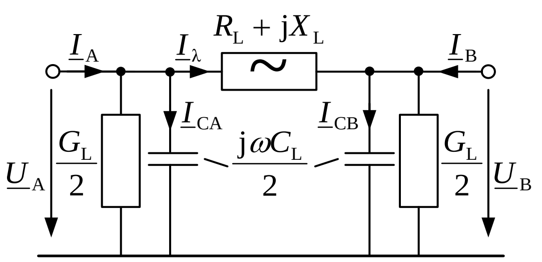
Spannung und Strom am Ort x entlang der Leitung (Knoten A: x = 0, Knoten B: x = l)
in Abhängigkeit von den Klemmengrößen am Knoten A: $$\begin{bmatrix} \underline{U}(x) \\ \underline{I}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\left(\underline{\gamma}\, x\right) & -\underline{Z}_\mathrm{w} \sinh\left(\underline{\gamma}\, x\right) \\ \underline{Y}_\mathrm{w} \sinh\left(\underline{\gamma}\, x\right) & -\cosh\left(\underline{\gamma}\, x\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_\mathrm{A} \\ \underline{I}_\mathrm{A} \end{bmatrix}$$
in Abhängigkeit von den Klemmengrößen am Knoten B: $$\begin{bmatrix} \underline{U}(x) \\ \underline{I}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\left(\underline{\gamma}(l - x)\right) & -\underline{Z}_\mathrm{w} \sinh\left(\underline{\gamma}(l - x)\right) \\ \underline{Y}_\mathrm{w} \sinh\left(\underline{\gamma}(l - x)\right) & -\cosh\left(\underline{\gamma}(l - x)\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_\mathrm{B} \\ \underline{I}_\mathrm{B} \end{bmatrix}$$

[10] Die kapazitive Komponente der Wellenimpedanz (Imaginärteil) kann aufgrund ihrer geringen Größe bei verlustarmen Leitungen vernachlässigt werden.

8.3 Ersatzschaltungen mit verteilten Parametern und Vierpolgleichungen

Ersatzschaltungen mit verteilten Parametern	
 T–Ersatzschaltung	 Π –Ersatzschaltung
Vierpolgleichungen	
Impedanzdarstellung	$\begin{bmatrix}\underline{U}_{\mathrm{A}}\\ \underline{U}_{\mathrm{B}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\underline{Z}_{\mathrm{w}} \dfrac{\cosh(\underline{\gamma}\, l)}{\sinh(\underline{\gamma}\, l)} & \underline{Z}_{\mathrm{w}} \dfrac{1}{\sinh(\underline{\gamma}\, l)}\\ \underline{Z}_{\mathrm{w}} \dfrac{1}{\sinh(\underline{\gamma}\, l)} & \underline{Z}_{\mathrm{w}} \dfrac{\cosh(\underline{\gamma}\, l)}{\sinh(\underline{\gamma}\, l)}\end{bmatrix} \begin{bmatrix}\underline{I}_{\mathrm{A}}\\ \underline{I}_{\mathrm{B}}\end{bmatrix}$
Admittanzdarstellung	$\begin{bmatrix}\underline{I}_{\mathrm{A}}\\ \underline{I}_{\mathrm{B}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\underline{Y}_{\mathrm{w}} \dfrac{\cosh(\underline{\gamma}\, l)}{\sinh(\underline{\gamma}\, l)} & -\underline{Y}_{\mathrm{w}} \dfrac{1}{\sinh(\underline{\gamma}\, l)}\\ -\underline{Y}_{\mathrm{w}} \dfrac{1}{\sinh(\underline{\gamma}\, l)} & \underline{Y}_{\mathrm{w}} \dfrac{\cosh(\underline{\gamma}\, l)}{\sinh(\underline{\gamma}\, l)}\end{bmatrix} \begin{bmatrix}\underline{U}_{\mathrm{A}}\\ \underline{U}_{\mathrm{B}}\end{bmatrix}$
Kettenform	$\begin{bmatrix}\underline{U}_{\mathrm{A}}\\ \underline{I}_{\mathrm{A}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cosh(\underline{\gamma}\, l) & -\underline{Z}_{\mathrm{w}} \sinh(\underline{\gamma}\, l)\\ \underline{Y}_{\mathrm{w}} \sinh(\underline{\gamma}\, l) & -\cosh(\underline{\gamma}\, l)\end{bmatrix} \begin{bmatrix}\underline{U}_{\mathrm{B}}\\ \underline{I}_{\mathrm{B}}\end{bmatrix}$

8.4 Näherungen für elektrisch kurze Leitungen ($\lvert \underline{\gamma}\, l \rvert \ll 1$)

Ersatzschaltungen mit konzentrierten Parametern	
 T– Ersatzschaltung	 Π – Ersatzschaltung
Ersatzschaltungselemente (Leitungslänge l)	$R_{\mathrm{L}} = R' l$, $L_{\mathrm{L}} = L' l$, $C_{\mathrm{L}} = C' l$, $G_{\mathrm{L}} = G' l$
siehe Abschnitt 2.7.2 für Vierpolgleichungen der T– und Π –Ersatzschaltung	

8.5 Betriebsverhalten

Spannungsabfall	$\left\|\Delta \underline{U}_{\mathrm{Z}}\right\| = \left\|\underline{U}_{\mathrm{A}} - \underline{U}_{\mathrm{B}}\right\|$
Spannungsfall	$\Delta U = \left\|\underline{U}_{\mathrm{A}}\right\| - \left\|\underline{U}_{\mathrm{B}}\right\|$
Übertragungswinkel	$\delta_{\mathrm{AB}} = \delta_{\mathrm{A}} - \delta_{\mathrm{B}}$
kapazitiver Ladestrom[11)]	$\underline{I}_{\mathrm{C}} = \underline{I}_{\mathrm{A}}\big\|_{\underline{I}_{\mathrm{B}}=0} \approx \underline{I}_{\mathrm{CA}} + \underline{I}_{\mathrm{CB}} = \mathrm{j}\omega \frac{C_{\mathrm{L}}}{2}\left(\underline{U}_{\mathrm{A}} + \underline{U}_{\mathrm{B}}\right)$
kapazitive Ladeleistung[12)]	$Q_{\mathrm{C}} = \mathrm{Im}\left\{3\underline{U}_{\mathrm{A}}\, \underline{I}_{\mathrm{C}}^{*}\right\} \approx \omega C_{\mathrm{L}}\, U_{\mathrm{nN}}^{2}$

8.6 Klemmenleistungen, Verluste und Blindleistungsbedarf

Leistungen an den Leitungsklemmen (siehe Vierpoldarstellung in 2.7.2)	$\begin{bmatrix}\underline{S}_{\mathrm{A}}\\ \underline{S}_{\mathrm{B}}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}P_{\mathrm{A}} + \mathrm{j}Q_{\mathrm{A}}\\ P_{\mathrm{B}} + \mathrm{j}Q_{\mathrm{B}}\end{bmatrix} = 3\begin{bmatrix}\underline{Y}_{\mathrm{AA}}^{*}U_{\mathrm{A}}^{2} + \underline{Y}_{\mathrm{AB}}^{*}\underline{U}_{\mathrm{A}}\underline{U}_{\mathrm{B}}^{*}\\ \underline{Y}_{\mathrm{BB}}^{*}U_{\mathrm{B}}^{2} + \underline{Y}_{\mathrm{BA}}^{*}\underline{U}_{\mathrm{B}}\underline{U}_{\mathrm{A}}^{*}\end{bmatrix}$
Übertragbare Wirkleistung (für elektrisch kurze Leitungen bei Vernachlässigung von R', G' und C')	$P_{\mathrm{A}} = -P_{\mathrm{B}} = P_{\mathrm{AB}} \approx 3\frac{U_{\mathrm{A}}U_{\mathrm{B}}}{X_{\mathrm{L}}}\sin\delta_{\mathrm{AB}}$
Leitungsverluste P_{V} und Blindleistungsbedarf Q_{V}	$\underline{S}_{\mathrm{V}} = P_{\mathrm{V}} + \mathrm{j}Q_{\mathrm{V}} = \underline{S}_{\mathrm{A}} + \underline{S}_{\mathrm{B}}$
Leitungsverluste (am Beispiel der Π-Ersatzschaltung mit konzentrierten Parametern)	$P_{\mathrm{V}} = 3R_{\mathrm{L}}\, I_{\lambda}^{2} + 3\frac{1}{2}G_{\mathrm{L}}\left(U_{\mathrm{A}}^{2} + U_{\mathrm{B}}^{2}\right) = P_{\mathrm{A}} + P_{\mathrm{B}}$
Blindleistungsbedarf (am Beispiel der Π-Ersatzschaltung mit konzentrierten Parametern)	$Q_{\mathrm{V}} = 3\omega L_{\mathrm{L}}\, I_{\lambda}^{2} - 3\frac{1}{2}\omega C_{\mathrm{L}}\left(U_{\mathrm{A}}^{2} + U_{\mathrm{B}}^{2}\right) = Q_{\mathrm{A}} + Q_{\mathrm{B}}$

8.7 Natürlicher Betrieb (Leitungsanpassung)

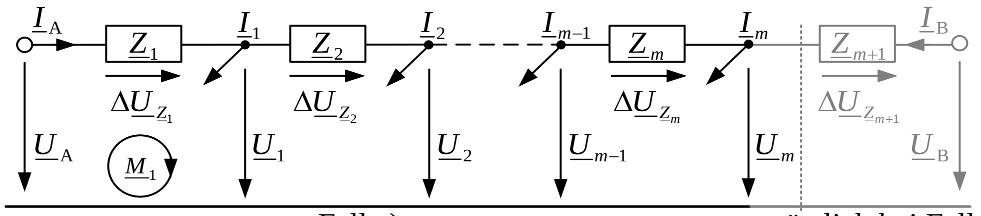
Natürlicher Betrieb von Leitungen	
Bedingung für den natürlichen Betrieb	$\underline{Z}_{\mathrm{B}} = \underline{Z}_{\mathrm{w}} \rightarrow \underline{U}_{\mathrm{B}} = -\underline{Z}_{\mathrm{w}} \cdot \underline{I}_{\mathrm{B}}$ (Abschluss am Knoten B mit der Wellenimpedanz)
Natürliche Leistung[12)]	$\underline{S}_{\mathrm{Nat}} = 3\frac{U_{\mathrm{B}}^{2}}{\underline{Z}_{\mathrm{w}}^{*}} \approx P_{\mathrm{Nat}} = 3\frac{U_{\mathrm{B}}^{2}}{Z_{\mathrm{w}}}$ (am Leitungsende B abgegebene Scheinleistung)
Übernatürlicher Betrieb[11)]	$Q_{\mathrm{V}} > 0$ für $P_{\mathrm{B}} > P_{\mathrm{Nat}}$ bzw. $Z_{\mathrm{B}} < Z_{\mathrm{w}}$
Unternatürlicher Betrieb[11)]	$Q_{\mathrm{V}} < 0$ für $P_{\mathrm{B}} < P_{\mathrm{Nat}}$ bzw. $Z_{\mathrm{B}} > Z_{\mathrm{w}}$

[11)] Näherung gilt für die Π-Ersatzschaltung mit konzentrierten Parametern.

[12)] Näherung gilt für verlustarme Leitungen (siehe Abschnitt 8.1).

9 Mittel- und Niederspannungsnetze

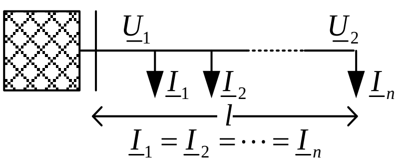
9.1 Stromverteilung

Allgemeine Ersatzschaltung: Gilt nur bei spannungsunabhängigen Lastströmen	
 	
Fall a) Einseitig gespeiste Leitung: $\underline{U}_A$ gegeben, ohne $\underline{Z}_{m+1}$	
Die Maschensätze liefern *m* unabhängige Gleichungen	$\underline{U}_1 = \underline{U}_A - \underline{Z}_1 \underbrace{(\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \cdots + \underline{I}_m)}_{\underline{I}_A} \quad (1)$ $\underline{U}_2 = \underline{U}_1 - \underline{Z}_2 (\underline{I}_2 + \cdots + \underline{I}_m) \quad (2)$ $\vdots \qquad \vdots$ $\underline{U}_m = \underline{U}_{m-1} - \underline{Z}_m \underline{I}_m \quad (m)$
Fall b1) Zweiseitig gespeiste Leitung: $\underline{U}_A = \underline{U}_B$	
Allgemeiner Maschenumlauf A – B	$\underline{U}_A - \underline{U}_B = \sum_{i=1}^{m+1} \Delta\underline{U}_{\underline{Z}_i} = \underline{Z}_1 (\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \cdots - \underline{I}_B)$ $+ \underline{Z}_2 (\underline{I}_2 + \cdots - \underline{I}_B) + \ldots + \underline{Z}_{m+1}(-\underline{I}_B)$
Berechnung eines Klemmenstroms mit „Drehmomentansatz“ (für Knoten B oder A)	$\underline{I}_B = \frac{\underline{Z}_1 \underline{I}_1 + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)\underline{I}_2 + \cdots + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \cdots + \underline{Z}_m)\underline{I}_m}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \cdots + \underline{Z}_{m+1}}$ Anschließend schrittweise Bestimmung der Stromverteilung
Fall b2) Zweiseitig gespeiste Leitung: $\underline{U}_A \neq \underline{U}_B$	
Allg. Vorgehen	1.) Berechnung einer vorläufigen Stromverteilung für $\underline{U}_A = \underline{U}_B$ entsprechend Fall b1 2.) Überlagerung eines Ausgleichsstroms $\Delta\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_A - \underline{U}_B}{\sum_{i=1}^{m+1} \underline{Z}_i}$
Mit der Stromverteilung können die Spannungsabfälle $\Delta\underline{U}_{\underline{Z}_i}$ bestimmt werden.	

9.2 Lastangriffsfaktor *ε*

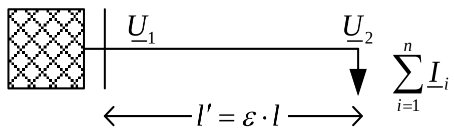
Umrechnung einer verteilten, gleichmäßigen Lastannahme in eine Ersatzlast

homogene Last

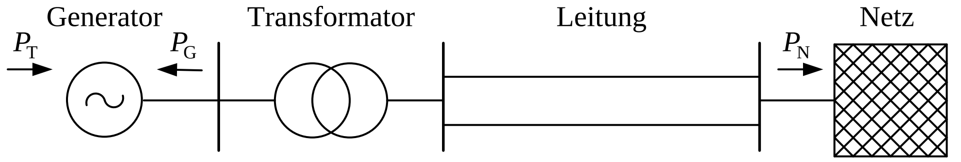


$\rightarrow \varepsilon = \frac{n+1}{2n} \rightarrow$

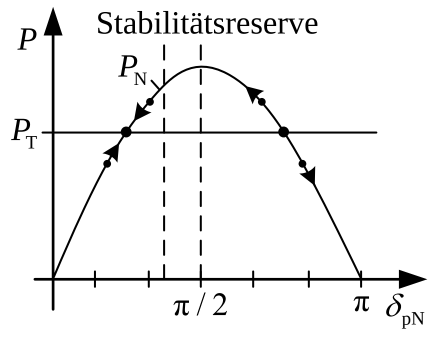
punktuelle Last



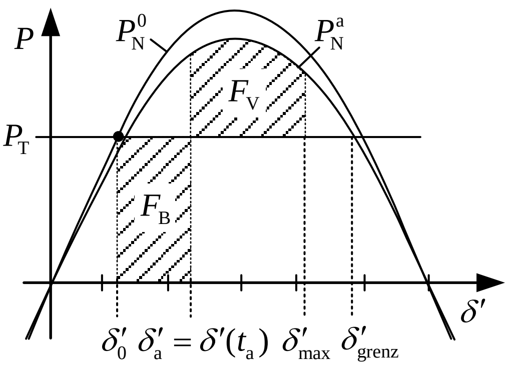
10 Winkelstabilität des Einmaschinenproblems



10.1 Statische Stabilität

Bewegungsgleichung (siehe 5.5)	$\dot{\omega} = k_M (P_T - P_N)$ und $\dot{\delta} = \omega - \omega_0 = \dot{\vartheta} - \omega_0$
Arbeitspunkt mit der Turbinenleistung P_T (Verluste sind vernachlässigt)	
Bedingung für statische Stabilität	$\frac{dP_N}{d\delta_{pN}} > 0$ bzw. $-\frac{\pi}{2} < \delta_{pN} < \frac{\pi}{2}$
Synchronisierende Leistung	$P_s = \frac{dP_N}{d\delta_{pN}} = P_{kipp} \cos \delta_{pN}$

10.2 Transiente Stabilität

Arbeitspunkte mit der Turbinenleistung P_T (Verluste sind vernachlässigt) Es gilt für die transienten Größen: $\delta' = \varphi_{U'} - \varphi_{UN}$ und $P_N^a = 3 \frac{U' U_N}{X'_d + X_V} \sin \delta'$	 (Index 0: vor dem Fehler, Index a: nach Fehlerklärung)
Bedingung für transiente Stabilität	$F_V = F_B$ (Flächensatz)
Flächensatz maximale Abschaltzeit	$F_{V\,max} = F_B = -\int_{\delta'_{a\,max}}^{\delta'_{max} = \delta'_{grenz}} (P_T - P_{kipp}^a \sin \delta') \, d\delta'$
Maximale Abschaltzeit	$t_{a\,max} = \sqrt{\frac{2}{k_M P_T} \left(\delta'_{a\,max} - \delta'_0 \right)}$

11 Netzregelung

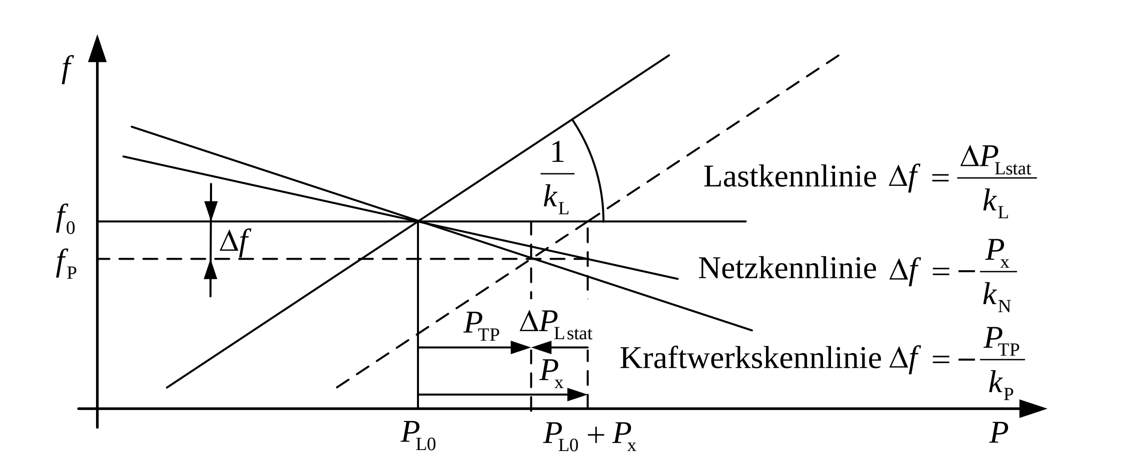
11.1 Bilanzmodell des Netzes

Differentialgleichung zur Bestimmung der Netzfrequenz im Arbeitspunkt mit $P_{T0} = P_{L0}$	$M_N \dfrac{\Delta\dot{f}}{f_0} = \Delta P_T - \Delta P_{Lx} = P_{TP} + P_{TS} - \Delta P_{Lstat} - P_x$
Turbinenleistung im Arbeitspunkt und Lastleistung im Arbeitspunkt	P_{T0} und P_{L0}
Trägheitskonstante des Netzes	$M_N = P_G T_G + P_M T_M$
Im Netz in Betrieb befindliche Generatorwirkleistung	$P_G = \sum_{i=1}^{m_G} P_{rGi}$
Im Netz in Betrieb befindliche Motorwirkleistung	$P_M = \sum_{i=1}^{m_M} P_{rMi}$
Ersatzzeitkonstante der Generatoren	$T_G = \dfrac{1}{P_G} \sum_{i=1}^{m_G} J_{Gi}\, \Omega_0^2$
Ersatzzeitkonstante der Motoren	$T_M = \dfrac{1}{P_M} \sum_{i=1}^{m_M} J_{Mi}\, \Omega_0^2$

11.2 Leistungszahlen und Statiken

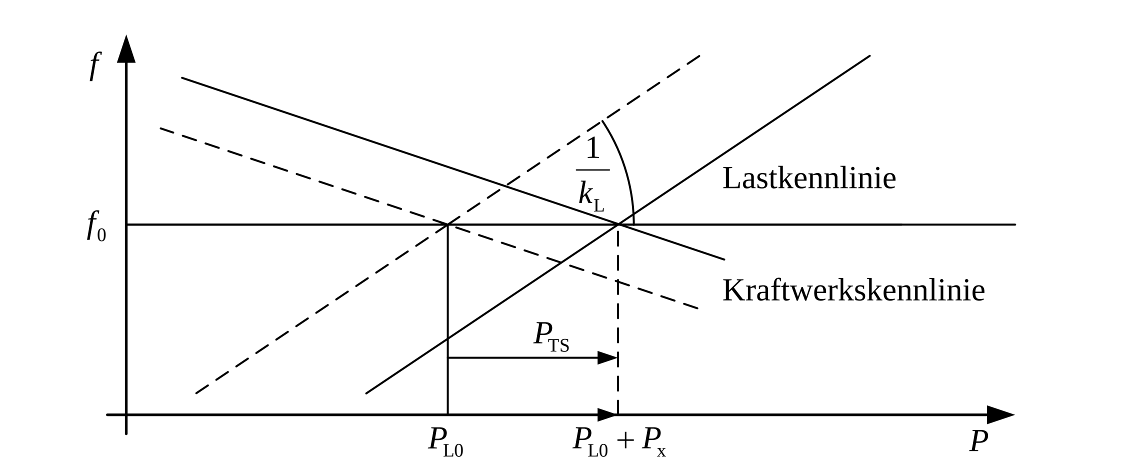
Reglerleistungszahl, bezogene Reglerleistungszahl und Statik des *i*-ten Generatorblocks	$k_{Pi} = \dfrac{-\Delta P_{Ti}}{\Delta f}$, $k'_{Pi} = k_{Pi} \dfrac{f_0}{P_{rGi}}$, $s_{Pi} = \dfrac{1}{k'_{Pi}} = \dfrac{1}{k_{Pi}} \dfrac{P_{rGi}}{f_0}$
Reglerleistungszahl und Reglerstatik des Netzes	$k_P = \sum_{i=1}^{m_G} k_{Pi} = \dfrac{1}{f_0} \sum_{i=1}^{m_G} \dfrac{P_{rGi}}{s_{Pi}}$ und $s_P = P_G \left(\sum_{i=1}^{m_G} \dfrac{P_{rGi}}{s_{Pi}} \right)^{-1} = \dfrac{1}{k_P} \dfrac{P_G}{f_0}$
Last-Leistungszahl, bezogene Last-Leistungszahl und Statik der *i*-ten Last	k_{Li}, $k'_{Li} = k_{Li} \dfrac{f_0}{P_{L0i}}$, $s_{Li} = \dfrac{1}{k'_{Li}} = \dfrac{1}{k_{Li}} \dfrac{P_{L0i}}{f_0}$
Last-Leistungszahl und Laststatik (Netzstatik) des Netzes	$k_L = \left. \dfrac{dP_{Lstat}}{df} \right\rvert_{AP} = \sum_{i=1}^{m_L} k_{Li}$ und $s_L = P_{L0} \left(\sum_{i=1}^{m_L} \dfrac{P_{L0i}}{s_{Li}} \right)^{-1} = \dfrac{1}{k_L} \dfrac{P_{L0}}{f_0}$
Leistungszahl des Netzes	$k_N = k_P + k_L$

11.3 Systemzustand nach Abschluss der Primärregelung (ohne Sekundärregelung)



Störleistung	P_x
Stationärer Zustand (nach Abschluss der Primärregelung)	$\Delta\dot{f} = 0$
Primärregelleistungseinsatz im Netz (Kraftwerkskennlinie)	$\Delta P_T = P_{TP} = -k_P\,\Delta f$
frequenzabhängige Änderung der Last (Lastkennlinie)	$\Delta P_{Lstat} = k_L\,\Delta f$
Laständerung im gestörten Netz	$\Delta P_{Lx} = \Delta P_{Lstat} + P_x$
Frequenzänderung im Netz (Netzkennlinie)	$\Delta f = -\frac{P_x}{k_N}$

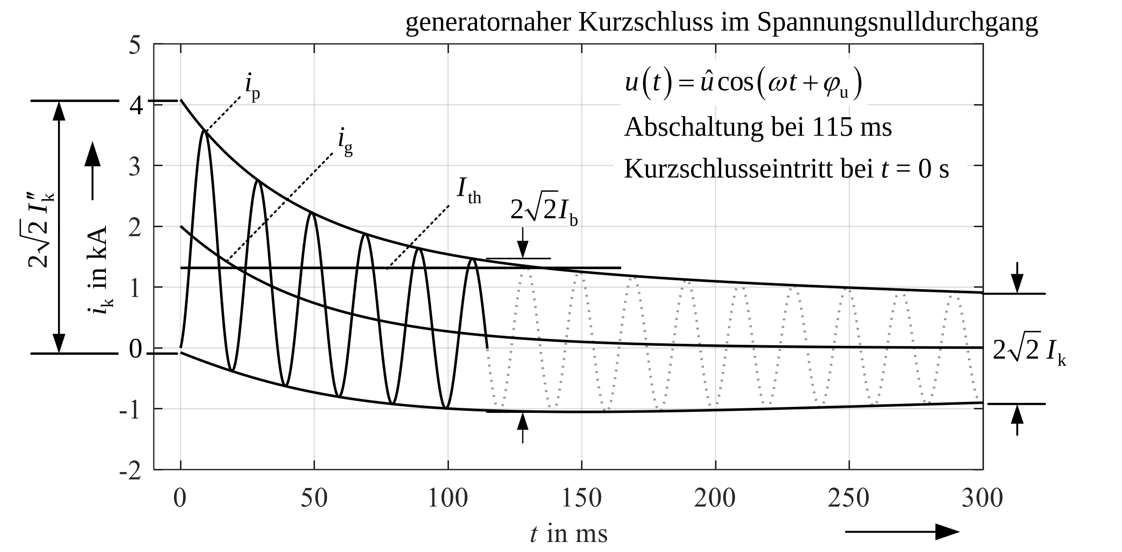
11.4 Systemzustand nach Abschluss der Sekundärregelung



Sekundärregelleistung im Netz	$\Delta P_T = P_{TS} = P_x$

12 Kurzschlussstromberechnung

12.1 Kurzschlussstrom-Zeitverlauf



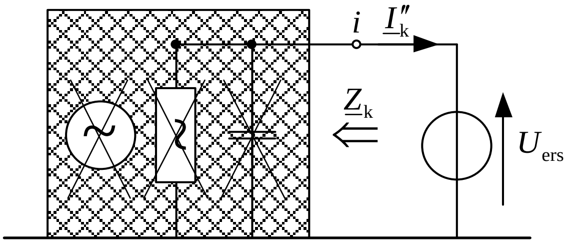
$$i_k(t) \approx \sqrt{2}\left[(I''_k - I'_k)\,e^{-\frac{t}{T''_d}} + (I'_k - I_k)\,e^{-\frac{t}{T'_d}} + I_k\right]\cos(\omega t + \alpha) - \sqrt{2}I''_k \cos\alpha\, e^{-\frac{t}{T_g}}$$

Generatornaher Kurzschluss (wenn ein Generator-Teilkurzschlussstrom $I''_{kG\,i} > 2I_{rG\,i}$)	$I''_k > I_b > I_k$
Generatorferner Kurzschluss	$I''_k \approx I_b \approx I_k$

12.2 Kurzschlussstromkenngrößen

Anfangs-Kurzschlusswechselstrom (Effektivwert des Wechselstromanteils im Augenblick des Kurzschlusseintritts)	I''_k
Transienter Kurzschlussstrom (Effektivwert des Wechselstromanteils im transienten Zeitbereich)	I'_k
Dauerkurzschlussstrom (Effektivwert des Kurzschlussstromes nach Abklingen aller Ausgleichsvorgänge)	I_k
Stoßkurzschlussstrom (maximal möglicher Momentanwert des zu erwartenden Kurzschlussstromes)	i_p
Symmetrischer Ausschaltwechselstrom (Effektivwert des Wechselanteiles unmittelbar vor Abschaltung)	I_b
Thermisch gleichwertiger Kurzschlussstrom (Effektivwert des Kurzschlussstromes, der die gleiche Wärmewirkung während der KS-Dauer T_k erzeugt wie der abklingende KS-Strom)	I_{th}
Zeitkonstanten (subtransient, transient, Gleichstrom)	T''_d, T'_d, T_g
Winkel der Kurzschlussimpedanz $\underline{Z}_k$ an der Kurzschlussstelle	φ_{Zk}
Nullphasenwinkel der Spannung am Kurzschlussort	φ_u
Nullphasenwinkel des Kurzschlussstromes $i_k(t)$	$\alpha = \varphi_u - \varphi_{Zk}$

12.3 Verfahren der Ersatzspannungsquelle an der Kurzschlussstelle ohne Vollumrichteranlagen (nach IEC 60909 bzw. VDE 0102)

Arbeitspunktunabhängige Berechnung, Abschätzung von kleinst- und größtmöglichem Betrag des Anfangs-Kurzschlusswechselstroms I''_{k} (Näherung)[13] am Knoten *i*	
	• Rückwärtseinspeisung an der Kurzschlussstelle in das passiv gemachte Netz • Einführung einer Ersatzspannungsquelle U_{ers} an der Kurzschlussstelle • Vernachlässigung aller Querglieder und nichtmotorischer Lasten[14]
Anfangs-Kurzschlusswechselstrom	$I''_{\mathrm{k}} = \frac{U_{\mathrm{ers}}}{Z_{\mathrm{k}}} = c\frac{U_{\mathrm{n}}}{\sqrt{3}Z_{\mathrm{k}}}$
Ersatzspannungsquelle an der Kurzschlussstelle	$U_{\mathrm{ers}} = c\frac{U_{\mathrm{n}}}{\sqrt{3}}$
Spannungsfaktor *c* für die Berechnung der größtmöglichen Kurzschlussströme[15]	$c_{\mathrm{max}} = 1{,}1$
Spannungsfaktor *c* für die Berechnung der kleinstmöglichen Kurzschlussströme[15]	$c_{\mathrm{min}} = 1{,}0$
Kurzschlussimpedanz an der Kurzschlussstelle[16)17)] (im Augenblick des Kurzschlusses wirksame Torimpedanz)	$\underline{Z}_{\mathrm{k}} = \underline{z}_{ii} = R_{\mathrm{k}} + \mathrm{j}X_{\mathrm{k}}$
Stoßkurzschlussstrom (κ siehe Faktoren für die Kurzschlussstromberechnung 12.5.1)	$i_{\mathrm{p}} = \kappa\sqrt{2}\,I''_{\mathrm{k}}$
Symmetrischer Ausschaltwechselstrom[18] (μ siehe Faktoren für die Kurzschlussstromberechnung 12.5.2)	$I_{\mathrm{b}} = \mu\, I''_{\mathrm{k}}$
Thermisch gleichwertiger Kurzschlussstrom (*m* und *n* siehe Faktoren für die Kurzschlussstromberechnung 12.5.3)	$I_{\mathrm{th}} = \sqrt{m+n}\; I''_{\mathrm{k}}$
Dauerkurzschlussstrom (Berechnungsvorschriften sind der IEC 60909 zu entnehmen)	I_{k}

---

13) Für die Berücksichtigung der Beiträge von doppelt gespeisten Asynchrongeneratoren und über Vollumrichter einspeisenden Erzeugungsanlagen siehe IEC 60909 und Abschnitt 12.4.

14) Für das Nullsystem sind Abweichungen dazu möglich (siehe IEC 60909.)

15) gültig für Nennspannungen > 1 kV

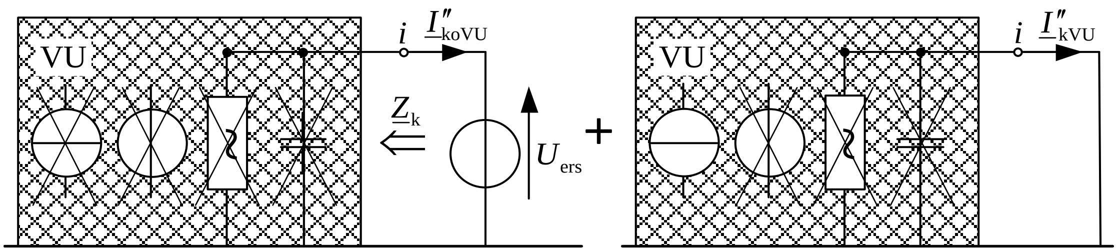
16) Zur Berechnung des größtmöglichen Kurzschlussstromes nach IEC 60909 sind die Impedanzkorrekturfaktoren nach Abschnitt 12.6 anzuwenden.

17) Die Torimpedanz am Knoten *i* entspricht dem Diagonalelement $\underline{z}_{ii}$ der Knotenimpedanzmatrix des Mitsystems (siehe Abschnitt 12.4)

18) Berechnungsvorschrift ist nur für generatornahe einfach gespeiste dreipolige Kurzschlüsse gültig.

12.4 Erweiterung des Verfahrens mit der Ersatzspannungsquelle an der Kurzschlussstelle aus Abschnitt 12.3 um die Kurzschlussstrombeiträge von Vollumrichteranlagen (nach IEC 60909 bzw. VDE 0102)

Vollumrichteranlagen (VU) sind über Vollumrichter an das Netz angeschlossene Erzeugungsanlagen. Sie werden durch ideale Stromquellen ($Z_i \rightarrow \infty$) nachgebildet. Ihre Kurzschlussstrombeiträge werden mittels der Stromteilerregel berechnet und in Näherung über die Addition ihrer reellen Beträge zum Anfangs-Kurzschlusswechselstrom gemäß Abschnitt 12.3 berücksichtigt.



Anfangs-Kurzschlusswechselstrom[19)20)21)]	$I''_{kmax} = I''_{koVU} + I''_{kVU} = \frac{\underline{U}_{ers}}{\underline{Z}_k} + \frac{1}{\underline{Z}_k} \sum_{j=1}^{n} z_{ij} I_{qVUj}$
Effektivwert des größten Quellenstroms bei dreipoligem Kurzschluss der *j*-ten Vollumrichteranlage (z. B. Herstellerangabe)	$I_{qVUj} = I_{kVUmax\ j}$
Beträge der Elemente der Knotenimpedanzmatrix des Mitsystems[22)]	$z_{ij} = \left\lvert \frac{\underline{U}_i}{\underline{I}_j} \right\rvert$ alle $\underline{I}_\mu = 0$ für $\mu \neq j$
Stoßkurzschlussstrom[23)]	$i_p = \kappa \sqrt{2}\, I''_{koVU} + \sqrt{2} I''_{kVU}$

Für die Berechnung von I_b und I_k wird auf die in IEC 60909 genannten Einzelheiten und Bedingungen und für die Berechnung von I_{th} auf Abschnitt 12.3 verwiesen.

12.5 Faktoren für die Kurzschlussstromberechnung

12.5.1 Faktor κ zur Berechnung des Stoßkurzschlussstromes i_p

Faktor zur Berechnung des Stoßkurzschlussstromes[23)] (Bestimmung von κ durch die Methoden a), b) oder c) nach IEC 60909)	$\kappa = 1{,}02 + 0{,}98\, e^{-3R/X}$

a) **Einheitliches Verhältnis** R/X: Für alle Kurzschlussorte gilt das kleinste Verhältnis R/X der Netzzweige, die Teilkurzschlussströme mit der Nennspannung entsprechend der Kurzschlussstelle führen.

---

19) I''_{koVU} ist der größtmögliche Anfangs-Kurzschlusswechselstrom ohne Vollumrichteranlagen (Index oVU) entsprechend Abschnitt 12.3.

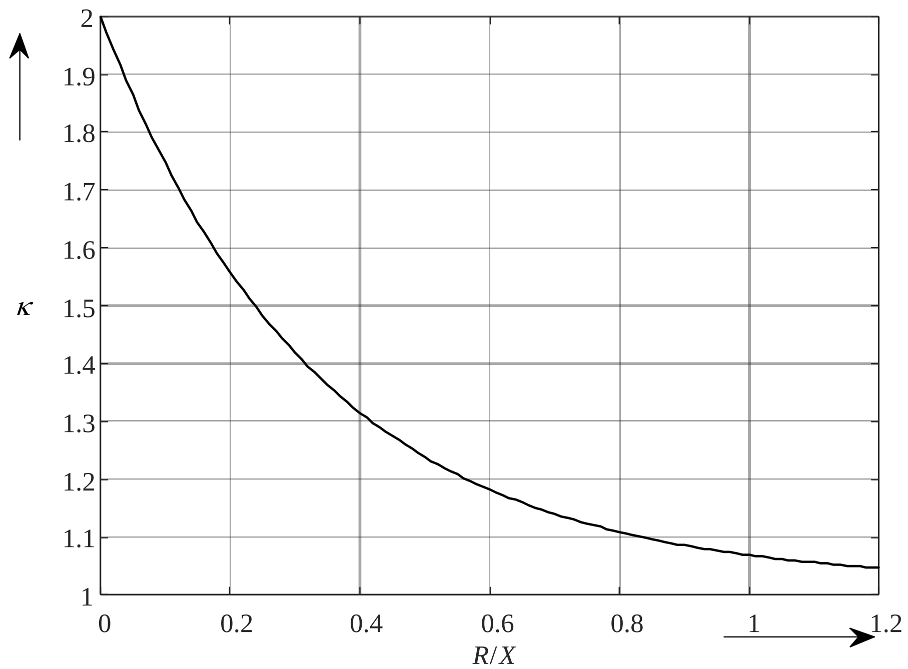
20) Für die Berechnung des kleinstmöglichen Anfangs-Kurzschlusswechselstroms werden die Kurzschlussstrombeiträge der Vollumrichteranlagen vernachlässigt.

21) *i* kennzeichnet den Kurzschlussknoten und *j* Knoten, an denen Vollumrichteranlagen angeschlossen sind.

22) Die Bestimmung erfolgt z. B. über die Berechnung der Spannung am Knoten *i* bei ausschließlicher Einspeisung eines Knotenstroms $\underline{I}_j$ am Knoten *j* in das kurzschluss- und quellenfreie Netzwerk.

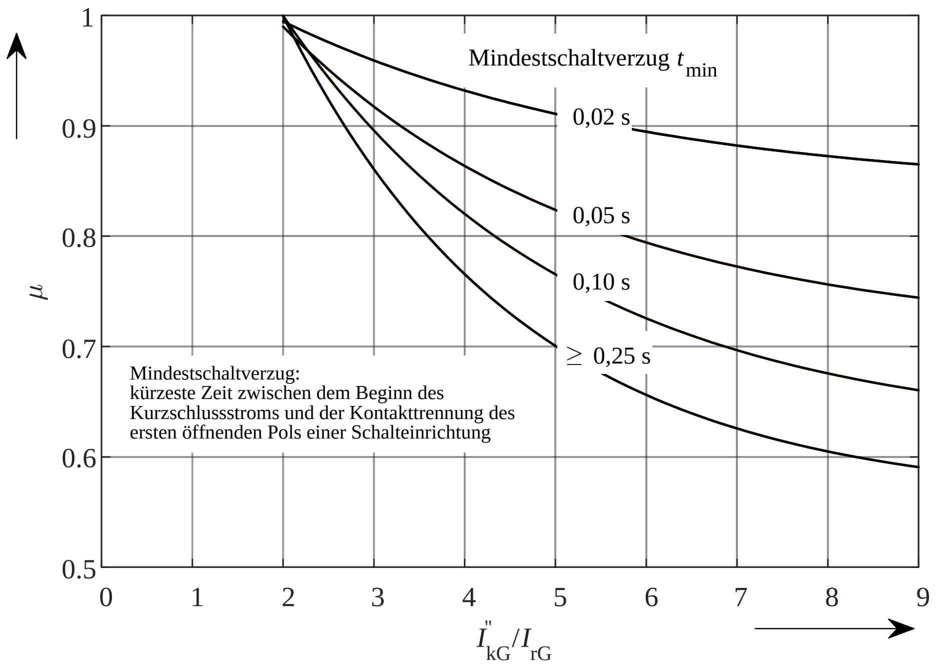
23) Weitere Einzelheiten und Bedingungen sind der IEC 60909 zu entnehmen und zu beachten.

b)	**Verhältnis** R/X **an der Kurzschlussstelle**: Für das Verhältnis R/X gilt das Verhältnis R_k/X_k der Torimpedanz $\underline{Z}_k$ an der Kurzschlussstelle: $R/X = R_k/X_k$. Um Ungenauigkeiten bei der Netzreduktion auf eine Torimpedanz abzudecken, gilt für den Faktor $\kappa_{(b)} = 1{,}15 \cdot \kappa$ für $R_k/X_k \geq 0{,}3$, sonst $\kappa_{(b)} = \kappa$.
c)	**Ersatzfrequenz** f_c: Bestimmung der Torimpedanz an der Kurzschlussstelle $\underline{Z}_c = R_c + jX_c$ für die Ersatzfrequenz $f_c = 20\ \text{Hz}$ (bei Nennfrequenz $f = 50\ \text{Hz}$). Es gilt: $R/X = \left(R_c/X_c\right) \cdot \left(f_c / f\right)$



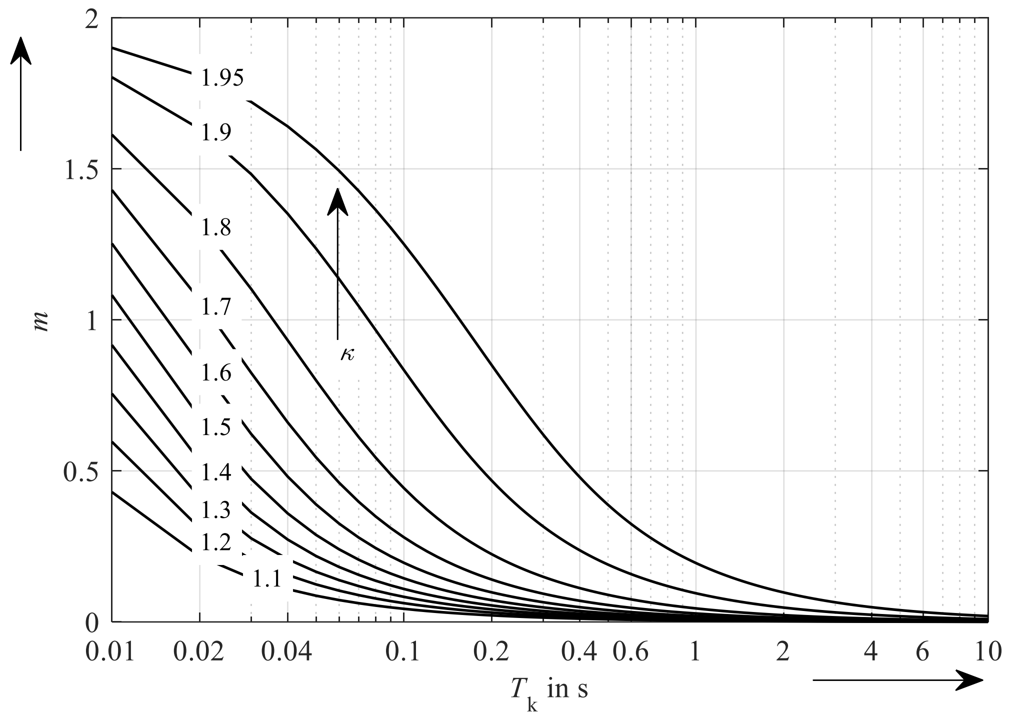
Faktor κ zur Berechnung des Stoßkurzschlussstromes

12.5.2 Faktor μ zur Berechnung des Ausschaltwechselstromes I_b

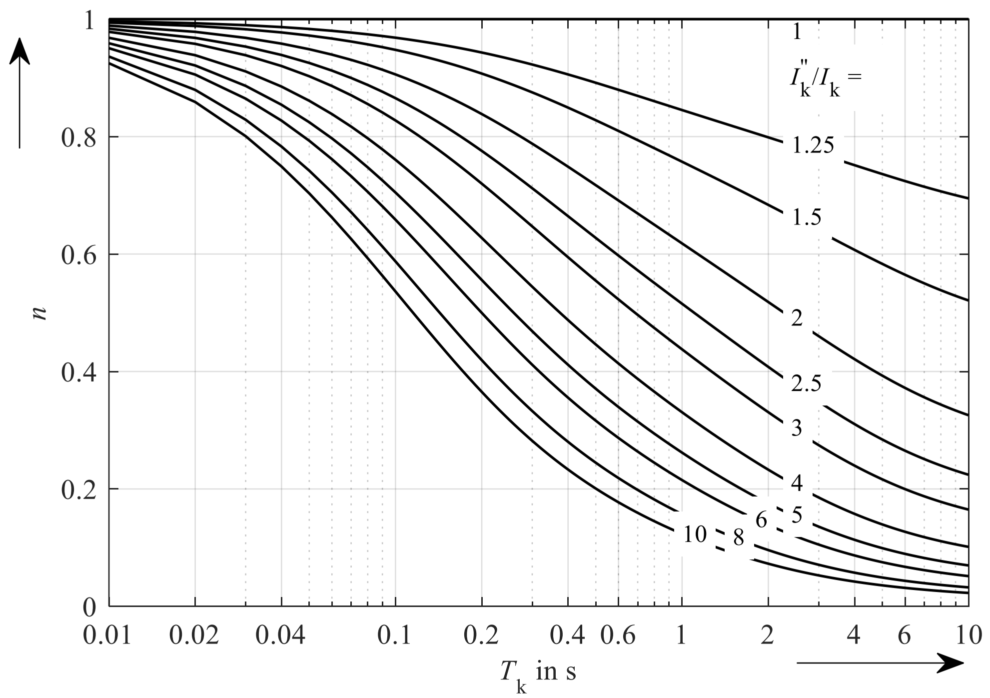


Faktor μ zur Berechnung des Ausschaltwechselstromes für einen generatornahen einfach gespeisten dreipoligen Kurzschluss

12.5.3 Faktoren *m* und *n* zur Berechnung des thermisch gleichwertigen Kurzschlussstromes I_{th}



Faktor *m* für den Wärmeeffekt des Gleichstromanteils des Kurzschlussstromes



Faktor *n* für den Wärmeeffekt des Wechselstromanteils des Kurzschlussstromes

12.6 Berücksichtigung von Impedanzkorrekturfaktoren (nach IEC 60909 bzw. VDE 0102)

Impedanzkorrekturfaktoren zur Berechnung der größtmöglichen Kurzschlussströme[24)]	
Die Torimpedanz an der Kurzschlussstelle $\underline{Z}_\mathrm{k}$ ist mit den korrigierten Impedanzen zu berechnen. Die festgelegte Höhe der Ersatzspannungsquelle ist in vielen Fällen nicht ausreichend, um die Teil- und Gesamtkurzschlussströme innerhalb einer Fehlergrenze von $-5\,\%$ zu bestimmen. Durch die Einführung von Impedanzkorrekturfaktoren wird eine Verbesserung der Kurzschlussstromergebnisse erreicht.	
Zweiwicklungstransformatoren[25)]	$\underline{Z}_\mathrm{TK} = K_\mathrm{T}\,\underline{Z}_\mathrm{T}$
	$K_\mathrm{T} = 0{,}95\,\dfrac{c_\mathrm{max}}{1+0{,}6\,x_\mathrm{T}}$
Dreiwicklungstransformatoren	$\underline{Z}_\mathrm{OSMSK} = K_\mathrm{TOSMS}\,\underline{Z}_\mathrm{TOSMS}$ $\underline{Z}_\mathrm{OSUSK} = K_\mathrm{TOSUS}\,\underline{Z}_\mathrm{TOSUS}$ $\underline{Z}'_\mathrm{MSUSK} = K_\mathrm{TMSUS}\,\underline{Z}'_\mathrm{TMSUS}$
	$K_\mathrm{TOSMS} = 0{,}95\,\dfrac{c_\mathrm{max}}{1+0{,}6\,x_\mathrm{TOSMS}}$ $K_\mathrm{TOSUS} = 0{,}95\,\dfrac{c_\mathrm{max}}{1+0{,}6\,x_\mathrm{TOSUS}}$ $K_\mathrm{TMSUS} = 0{,}95\,\dfrac{c_\mathrm{max}}{1+0{,}6\,x_\mathrm{TMSUS}}$
Synchronmaschinen[26)]	$\underline{Z}_\mathrm{GK} = K_\mathrm{G}\,\underline{Z}_\mathrm{G}$
	$K_\mathrm{G} = \dfrac{U_\mathrm{nN}}{U_\mathrm{rG}}\,\dfrac{c_\mathrm{max}}{1+x''_\mathrm{d}\sqrt{1-\cos^2\varphi_\mathrm{rG}}}$
Kraftwerksblöcke mit Stufenschalter[27)]	$\underline{Z}_\mathrm{SK} = K_\mathrm{S}\left(\ddot{u}^2\,\underline{Z}_\mathrm{G} + \underline{Z}_\mathrm{TOS}\right)$
	$K_\mathrm{S} = \dfrac{U_\mathrm{nN}^2}{U_\mathrm{rG}^2}\,\dfrac{U_\mathrm{rTUS}^2}{U_\mathrm{rTOS}^2}\,\dfrac{c_\mathrm{max}}{1+\left\lvert x''_\mathrm{d}-x_\mathrm{T}\right\rvert\sqrt{1-\cos^2\varphi_\mathrm{rG}}}$
Kraftwerksblöcke ohne Stufenschalter[27)]	$\underline{Z}_\mathrm{SOK} = K_\mathrm{SO}\left(\ddot{u}^2\,\underline{Z}_\mathrm{G} + \underline{Z}_\mathrm{TOS}\right)$
	$K_\mathrm{SO} = \dfrac{U_\mathrm{nN}}{U_\mathrm{rG}\left(1+p_\mathrm{G}\right)}\,\dfrac{U_\mathrm{rTUS}}{U_\mathrm{rTOS}}\,\dfrac{\left(1\pm p_\mathrm{T}\right)c_\mathrm{max}}{1+x''_\mathrm{d}\sqrt{1-\cos^2\varphi_\mathrm{rG}}}$

24) Bei unsymmetrischen Kurzschlüssen sollen die Impedanzkorrekturfaktoren auch auf die Gegen- und Nullimpedanzen angewendet werden. Impedanzen zwischen einem Sternpunkt und Erde sind ohne Korrekturfaktoren einzuführen.

25) c_max ist auf die Netznennspannung des Netzes der US-Seite des Transformators zu beziehen. Der Korrekturfaktor gilt nicht für Blocktransformatoren und Windenergieanlagen.

26) Nicht bei Anschluss über einen Blocktransformator verwenden.

27) Bei Kurzschluss auf der OS-Seite des Blocktransformators zu verwenden.

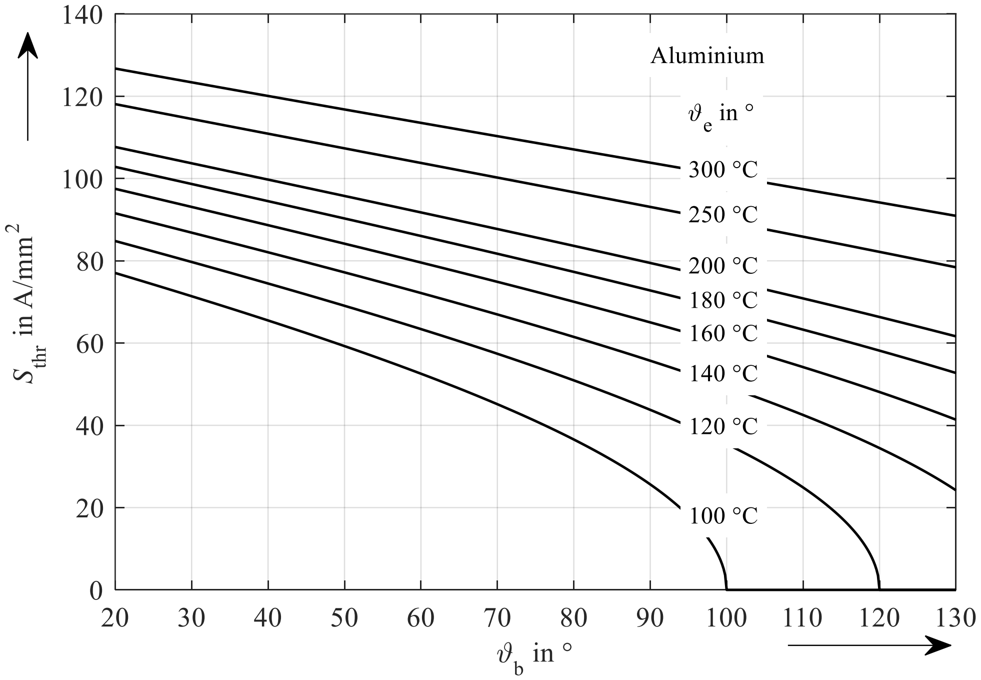
12.7 Berechnung mit Maschen- und Knotensätzen

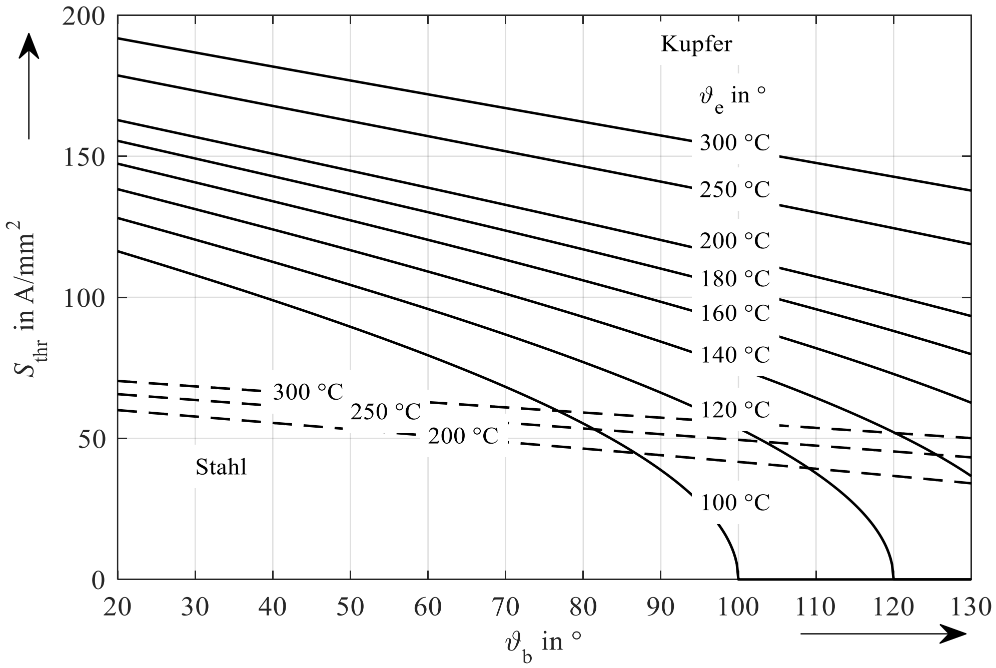
Arbeitspunktabhängige Berechnung, exakte Bestimmung des Anfangs-Kurzschlusswechselstromes $\underline{I}''_{\mathrm{k}}$ nach Betrag und Phase unter Verwendung der Maschen- und Knotensätze und ggf. des Überlagerungssatzes	
Berechnung der Teil-Kurzschlussströme	$\underline{I}''_{\mathrm{kG}} = \dfrac{\underline{U}''}{\underline{Z}_{\mathrm{ers\,G}}}$, $\underline{I}''_{\mathrm{kN}} = \dfrac{\underline{U}_{\mathrm{N}}}{\underline{Z}_{\mathrm{ers\,N}}}$, …
Bestimmung des exakten Anfangs-Kurzschlusswechselstromes	$\underline{I}''_{\mathrm{k}} = \underline{I}''_{\mathrm{kG}} + \underline{I}''_{\mathrm{kN}} + \ldots$

12.8 Thermische Kurzschlussfestigkeit

Gleichstromwiderstand bei ϑ_{20} κ_{20}: Leitfähigkeit bei 20°C l: Leiterlänge, A: Leiterquerschnitt	$R_0 = \dfrac{l}{\kappa_{20}\, A}$ $S_{\mathrm{th}} \le S_{\mathrm{thr}} \sqrt{\dfrac{T_{\mathrm{kr}}}{T_{\mathrm{k}}}}$
Gleichstromwiderstand bei ϑ_{x} α_{20}: Temperaturkoeffizient des ohmschen Widerstands bei 20°C	$R = R_0 \left(1 + \alpha_{20} \left(\vartheta_{\mathrm{x}} - \vartheta_{20}\right)\right)$
Thermisch gleichwertiger Kurzschlussstrom	$I_{\mathrm{th}} = I''_{\mathrm{k}} \sqrt{m+n} = \sqrt{\dfrac{1}{T_{\mathrm{k}}} \int_0^{T_{\mathrm{k}}} i_{\mathrm{k}}^2(t)\,\mathrm{d}t}$
Kurzschlussdauer (=Summe der Kurzschlussdauern bei wiederholten Kurzschlüssen mit kurzen Pausen)	$T_{\mathrm{k}} = \sum_{i=1}^{N_{\mathrm{k}}} T_{\mathrm{k}i}$
Ermittlung der thermischen Kurzschlussfestigkeit von elektrischen Maschinen, Transformatoren, Wandlern, Drosselspulen und Schaltgeräten	$I_{\mathrm{th}} \le I_{\mathrm{thr}}$ für $T_{\mathrm{k}} \le T_{\mathrm{kr}}$ $I_{\mathrm{th}} \le I_{\mathrm{thr}} \sqrt{\dfrac{T_{\mathrm{kr}}}{T_{\mathrm{k}}}}$ für $T_{\mathrm{k}} > T_{\mathrm{kr}}$
Thermisch gleichwertige Kurzschlussstromdichte ϑ_{b}: Temperatur des Stromleiters bei Kurzschlussbeginn ϑ_{e}: Temperatur des Stromleiters bei Kurzschlussende	$S_{\mathrm{th}} = \dfrac{I_{\mathrm{th}}}{A} = \dfrac{I''_{\mathrm{k}} \sqrt{m+n}}{A}$ $= \sqrt{\dfrac{\kappa_{20}\, c_{\mathrm{p}}\, \rho}{\alpha_{20}\, T_{\mathrm{k}}} \ln\left(\dfrac{1+\alpha_{20}\left(\vartheta_{\mathrm{e}} - 20\,°\mathrm{C}\right)}{1+\alpha_{20}\left(\vartheta_{\mathrm{b}} - 20\,°\mathrm{C}\right)}\right)}$ c_{p}: spez. Wärmekapazität ρ: Dichte des Leiters
Bemessungs-Kurzzeitstromdichte $S_{\mathrm{thr}} = S_{\mathrm{th}}$ berechnet mit: $\vartheta_{\mathrm{b}} = \vartheta_{\mathrm{b,max}}$: Maximal zulässige Betriebstemperatur (sofern nicht anders bekannt) $\vartheta_{\mathrm{e}} = \vartheta_{\mathrm{e,max}}$: Maximale Leitertemperatur während eines Kurzschlusses $T_{\mathrm{k}} = T_{\mathrm{kr}}$: Bemessungs-Kurzzeit (z. B. 1 s)	

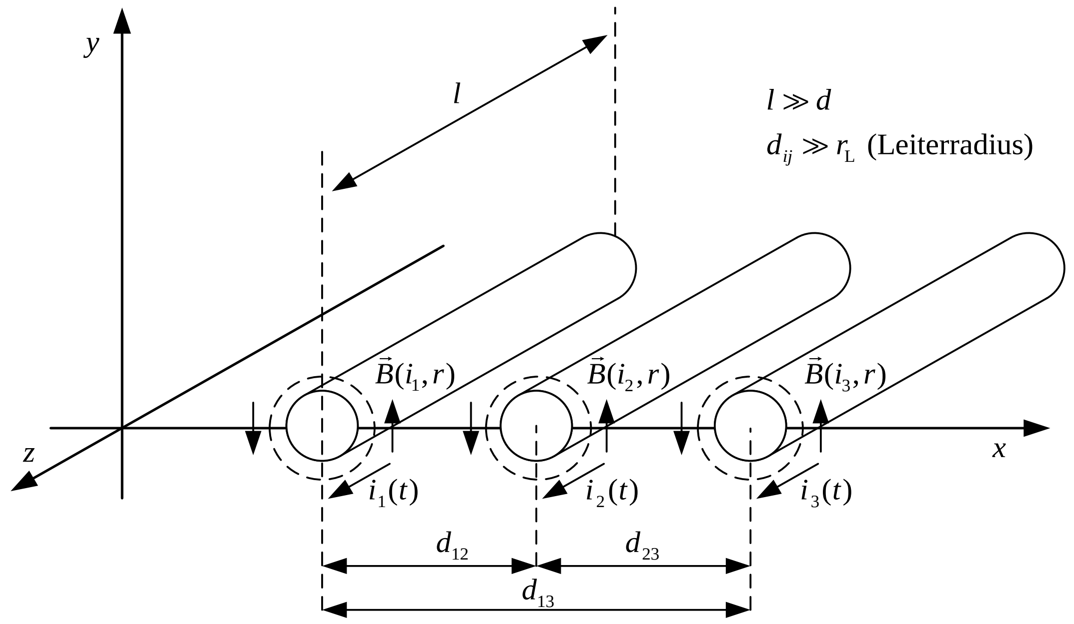
Ermittlung der thermischen Kurzschlussfestigkeit von Leiterschienen, Leiterseilen und Kabeln	$S_{\text{th}} \le S_{\text{thr}}\sqrt{\dfrac{T_{\text{kr}}}{T_{\text{k}}}}$
Bemessungs-Kurzzeitstromdichte in Abhängigkeit der Anfangstemperatur ϑ_{b} und der zulässigen Kurzschlussendtemperatur ϑ_{e} für die Bemessungs-Kurzschlussdauer $T_{\text{kr}} = 1\,\text{s}$ für Aluminium sowie Kupfer und Stahl	





12.9 Mechanische Kurzschlussfestigkeit

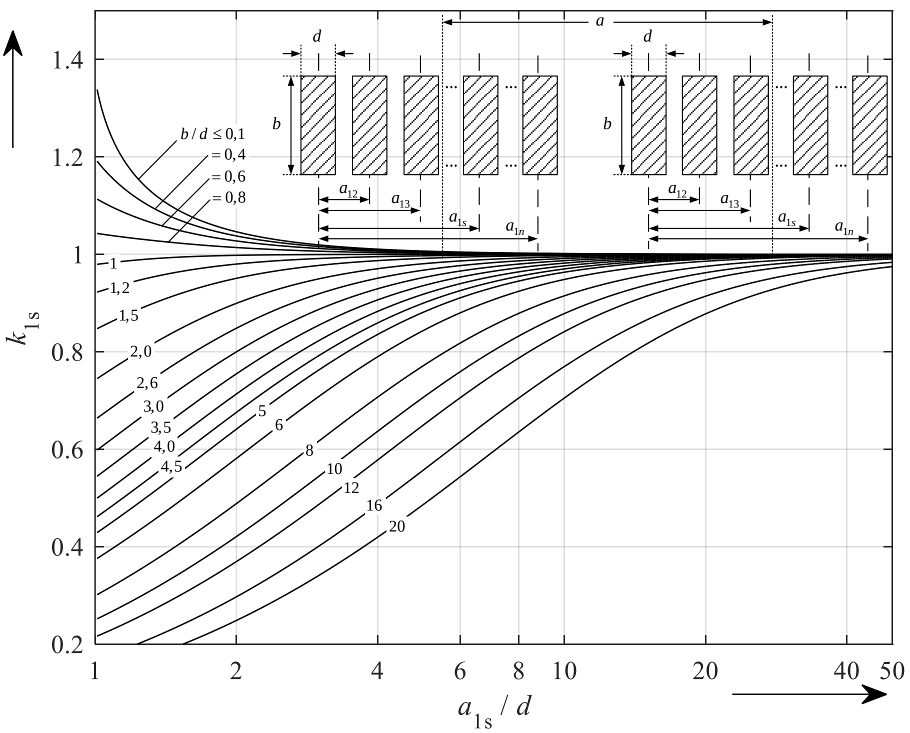
12.9.1 Bestimmung der magnetischen Felder und Kräfte



Bestimmung der Feldgrößen	
Magnetischen Flussdichte	$\vec{B} = \mu_0 \, \mu_r \, \vec{H}$
Magnetischen Feldstärke	$\vec{H}(I, \vec{r}) = \frac{I_i}{2\pi \vec{r}}$
Magnetische Kraft zwischen zwei Leitern (Lorentz-Kraft, Drei-Finger-Regel)	$\vec{F} = I \, (\vec{l} \times \vec{B})$
Bestimmung der magnetischen Kräfte (Dreileiter-Anordnung)	
Betrag der magnetischen Kraft zwischen zwei Leitern *i* und *j*	$F_{ij}(t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \mu_r \, i_i(t) i_j(t) \frac{l}{d_{ij}}$

12.9.2 Maximale mechanische Haupt- und Teilleiterkräfte

maximale Kraft bei 3-pol. KS auf Hauptleiter nach DIN EN 60865-1	
i_p : Stoßkurzschlussstrom l : größter Stützabstand a_m : wirksamer Hauptleiterabstand a : Leitermittenabstand	$F_m = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} i_p^2 \frac{l}{a_m}$
Hauptleiter bestehend aus Einzelleitern mit Kreisprofil	$a_m = a$
Hauptleiter bestehend aus Einzelleitern mit Rechteckprofil (Faktor k_{1s} siehe Bild unten)	$a_m = \frac{a}{k_{1s}}$
maximale Kraft bei 3-pol. KS auf Teilleiter nach DIN EN 60865-1	
n : Anzahl der Teilleiter l_s : größter Mittenabstand zweier benachbarter Zwischenstücke a_s : wirksamer Abstand zwischen den Teilleitern	$F_s = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{i_p}{n} \right)^2 \frac{l_s}{a_s}$
Wirksamer Abstand zwischen Teilleitern mit Kreisprofil	$\frac{1}{a_s} = \sum_{i=2}^{n} \frac{1}{a_{1i}}$
Wirksamer Abstand zwischen Teilleitern mit Rechteckprofil (Faktor k_{1s} siehe nachfolgendes Bild)	$\frac{1}{a_s} = \sum_{i=2}^{n} \frac{k_{1i}}{a_{1i}}$



Faktor k_{1s} zur Berechnung des wirksamen Leiterabstands

12.9.3 Berechnung der mechanischen Spannung

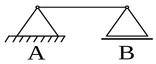
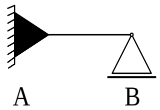
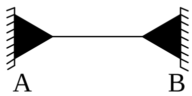
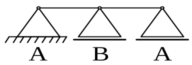
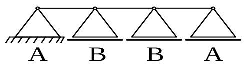
Biegespannung durch die Kräfte zwischen den Hauptleitern	$\sigma_{\mathrm{m}} = V_{\sigma} V_{\mathrm{r}} \beta \frac{F_{\mathrm{m}} l}{8 Z}$

V_{σ} : Verhältnis von dynamischen zum statischen Hauptleiter-Biegespannungsbetrag

V_{r} : Verhältnis von dynamische Beanspruchungen bei erfolgloser dreipoliger Kurzunterbrechung zu den dynamischen Beanspruchungen bei erfolgreicher dreipoliger Kurzunterbrechung

Z : Widerstandsmoment des Hauptleiters in Richtung der Biegeachse

β : Faktor für die Hauptleiterbeanspruchung (abhängig von Träger und Befestigung)

Einfeldträger	A und B gestützt		$\beta = 1{,}0$
	A: eingespannt B: gestützt		$\beta = 0{,}73$
	A und B eingespannt		$\beta = 0{,}5$
Mehrfeldträger mit gleichen Stützabständen	2 Felder		$\beta = 0{,}73$
	3 oder mehr Felder		$\beta = 0{,}73$

Biegespannung durch die Kräfte zwischen den Teilleitern	$\sigma_{\mathrm{s}} = V_{\sigma\mathrm{s}} V_{\mathrm{rs}} \frac{F_{\mathrm{s}} l_{\mathrm{s}}}{16 Z_{\mathrm{s}}}$

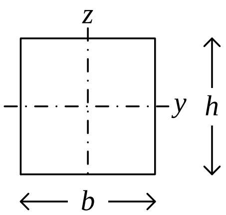
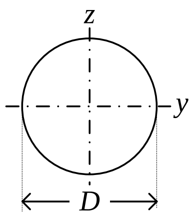
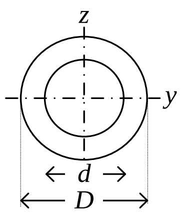
Die Variablen mit dem Index s sind analog zu den oben angegebenen Variablen für die Hauptleiter definiert.

Der Leiter gilt als mechanisch kurzschlussfest, wenn:	$\sigma_{\mathrm{tot}} = \sigma_{\mathrm{m}} + \sigma_{\mathrm{s}} \le \sigma_{\mathrm{zul}} = q R_{\mathrm{p0,2}}$

σ_{tot} : maximale Biegespannung im Leiter

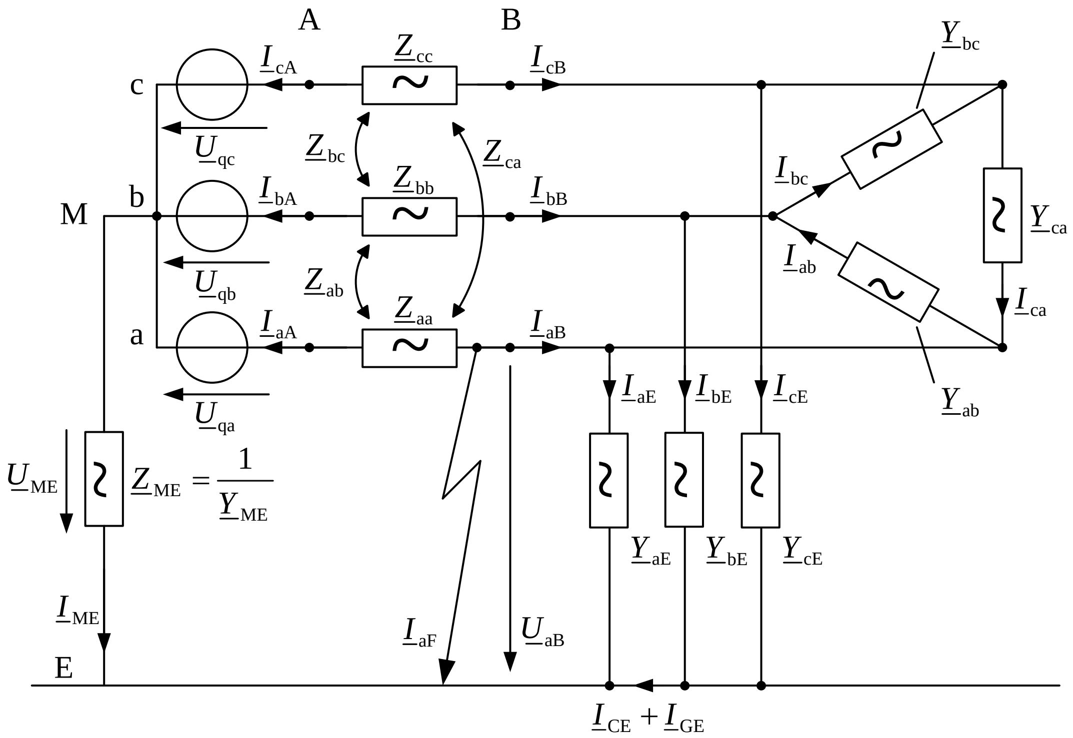
$R_{\mathrm{p0,2}}$: Streckgrenze des Leiters

q : Wahl abhängig von Profil und Beanspruchung

Widerstandsmomente Z werden in Bezug auf eine Biegeachse angegeben		
Rechteck	Kreis	Kreisring
		
$Z_{\mathrm{y}} = \frac{bh^2}{6}, Z_{\mathrm{z}} = \frac{hb^2}{6}$	$Z = Z_{\mathrm{y}} = Z_{\mathrm{z}} = \frac{\pi}{32} D^3$	$Z = Z_{\mathrm{y}} = Z_{\mathrm{z}} = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D}$

13 Sternpunkterdung

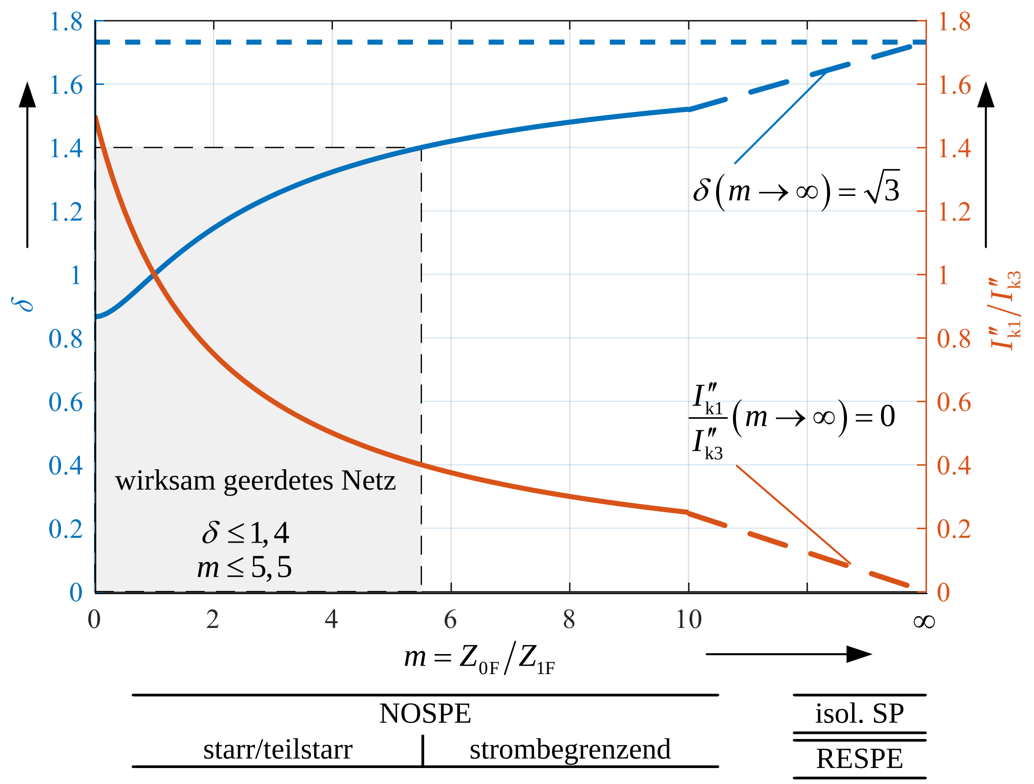
13.1 Ersatzschaltung für 1-pol. Leiter-Erde-Fehler

Allgemeines Ersatzschaltbild Sternpunkterdung

Annahme: Symmetrisches Drehstromsystem mit $i, k = \text{a,b,c}$
$\underline{Y}_{iE} = \underline{Y}_{E} = \left(G'_E + j\omega C'_E\right) l$, $\underline{Y}_{ik} = \underline{Y} = \left(G' + j\omega C'\right) l$ $\underline{Z}_{ii} = \underline{Z}_{s} = R_s + jX_s$, $\underline{Z}_{ik} = \underline{Z}_{g} = R_g + jX_g$
$\underline{Y}_{ME} = \frac{1}{\underline{Z}_{ME}} = \frac{1}{R_{ME} + j\omega L_{ME}} \approx \frac{R_{ME}}{R_{ME}^2 + X_{ME}^2} - j\frac{1}{X_{ME}} = G_{ME} - j\frac{1}{\omega L_{ME}}$

13.2 Ströme und Spannungen bei 1-pol. Leiter-Erde-Fehlern

Fehlerstrom bei 1-pol. Leiter-Erde-Fehler $\left(\underline{U}_{q1} = \underline{U}_{qa}\right)$	
Fehlerstrom bei 1-pol. Leiter-Erde-Fehler ($\underline{Z}_{1F} = \underline{Z}_{2F}$)	$\underline{I}_{aF} = 3\underline{I}_{1F} = -\underline{I}_{CE} - \underline{I}_{GE} - \underline{I}_{ME}$ $= 3\frac{\underline{U}_{q1}}{\underline{Z}_{1F} + \underline{Z}_{2F} + \underline{Z}_{0F}} = \frac{3}{2+\underline{m}}\frac{\underline{U}_{q1}}{\underline{Z}_{1F}}$
Kapazitiver Erdschlussstrom	$\underline{I}_{CE} = j\omega C_E\left(\underline{U}_{bF} + \underline{U}_{cF}\right) = j\omega C'_E\, l\left(\underline{U}_{bF} + \underline{U}_{cF}\right)$
Konduktiver Erdschlussstrom	$\underline{I}_{GE} = G_E\left(\underline{U}_{bF} + \underline{U}_{cF}\right) = G'_E\, l\left(\underline{U}_{bF} + \underline{U}_{cF}\right)$
Sternpunkt-Erde-Strom	$\underline{I}_{ME} = \underline{Y}_{ME}\underline{U}_{ME}$

Leiter-Erde-Spannungen der nicht fehlerbehafteten Leiter	
Leiter-Erde-Spannungen der nicht fehlerbehafteten Leiter $\underline{U}_{\mathrm{bF}} = f_{\mathrm{b}}(\underline{m}),\ \underline{U}_{\mathrm{cF}} = f_{\mathrm{c}}(\underline{m})$	$\underline{U}_{\mathrm{bF}} = \frac{(\underline{a}^2 - \underline{a}) + (\underline{a}^2 - 1)\underline{m}}{2+\underline{m}}\underline{U}_{\mathrm{q1}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\sqrt{3}\underline{m}}{2+\underline{m}} + \mathrm{j}\right)\underline{U}_{\mathrm{q1}}$ $\underline{U}_{\mathrm{cF}} = \frac{(\underline{a} - \underline{a}^2) + (\underline{a} - 1)\underline{m}}{2+\underline{m}}\underline{U}_{\mathrm{q1}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\sqrt{3}\underline{m}}{2+\underline{m}} - \mathrm{j}\right)\underline{U}_{\mathrm{q1}}$
Torimpedanzen an der Kurzschlussstelle im Mit-, Gegen- und Nullsystem	
Torimpedanzen an der Kurzschlussstelle im Mit- und Gegensystem	$\underline{Z}_{\mathrm{1F}} = \underline{Z}_{\mathrm{2F}} = \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \underline{Y}_1} = \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{s}} - \underline{Z}_{\mathrm{g}}} + \underline{Y}_{\mathrm{E}} + 3\underline{Y}}$
Torimpedanzen an der Kurzschlussstelle im Nullsystem	$\underline{Z}_{\mathrm{0F}} = \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_{\mathrm{ME}}} + \underline{Y}_0} = \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_{\mathrm{s}} + 2\underline{Z}_{\mathrm{g}} + 3\underline{Z}_{\mathrm{ME}}} + \underline{Y}_{\mathrm{E}}}$
Faktor $\underline{m}$ (Verhältnis der Nullsystemtorimpedanz zur Mitsystemtorimpedanz)	$\underline{m} = \frac{\underline{Z}_{\mathrm{0F}}}{\underline{Z}_{\mathrm{1F}}} \approx m \ \left(\text{für } \angle\underline{Z}_{\mathrm{0F}} \approx \angle\underline{Z}_{\mathrm{1F}}\right)$
Erdfehlerfaktor mit der Leiter-Leiter-Spannung vor Fehlereintritt $U^{\mathrm{b}} \approx \sqrt{3}U_{\mathrm{q1}}$	
Erdfehlerfaktor bei 1-pol. Leiter-Erde-Fehler	$\delta = \frac{\max(U_{\mathrm{bF}}, U_{\mathrm{cF}})}{U^{\mathrm{b}}/\sqrt{3}} \overset{\underline{m}\approx m}{=} \sqrt{3}\frac{\sqrt{m^2+m+1}}{2+m}$

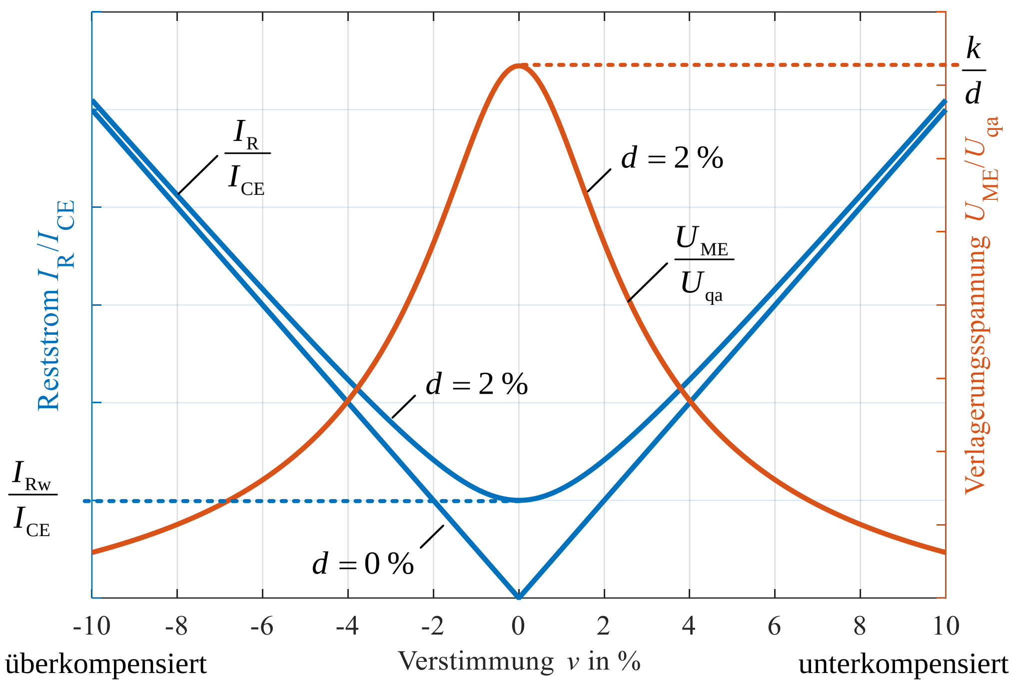


13.3 Isolierter Sternpunkt

$\lvert \underline{Z}_{\mathrm{ME}} \rvert \to \infty,\ \lvert \underline{Z}_{\mathrm{1F}} \rvert = \lvert \underline{Z}_{\mathrm{2F}} \rvert \ll \lvert \underline{Z}_{\mathrm{0F}} \rvert = \lvert 1/\underline{Y}_{\mathrm{E}} \rvert,\ m \gg 1$	
Sternpunkt-Erde-Spannung	$\underline{U}_{\mathrm{ME}} \approx -\underline{U}_{\mathrm{qa}} = -\underline{U}_{\mathrm{q1}}$
Fehlerstrom bei 1-pol. Leiter-Erde-Fehler = (negativer) kapazitiver Erdschlussstrom	$\underline{I}_{\mathrm{aF}} = -\underline{I}_{\mathrm{CE}} - \underline{I}_{\mathrm{GE}} \approx -\underline{I}_{\mathrm{CE}} = \mathrm{j}3\omega C_{\mathrm{E}}\underline{U}_{\mathrm{q1}}$
Leiter-Erde-Spannungen der nicht fehlerbehafteten Leiter	$\underline{U}_{\mathrm{bF}} \approx -\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}+\mathrm{j}\right)\underline{U}_{\mathrm{q1}} = -\sqrt{3}\,\underline{U}_{\mathrm{q1}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}$ $\underline{U}_{\mathrm{cF}} \approx -\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}-\mathrm{j}\right)\underline{U}_{\mathrm{q1}} = -\sqrt{3}\,\underline{U}_{\mathrm{q1}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}$
Erdfehlerfaktor	$\delta \approx \sqrt{3}$

13.4 Resonanz-Sternpunkterdung (RESPE)

$\lvert \underline{Z}_{\mathrm{ME}} \rvert = f(v),\lvert \underline{Z}_{\mathrm{1F}} \rvert = \lvert \underline{Z}_{\mathrm{2F}} \rvert \ll \lvert \underline{Z}_{\mathrm{0F}} \rvert \approx \left\lvert 1/\left(\underline{Y}_{\mathrm{ME}}/3+\underline{Y}_{\mathrm{E}}\right)\right\rvert,\ m \gg 1$	
Sternpunkt-Erde-Spannung	$\underline{U}_{\mathrm{ME}} \approx -\underline{U}_{\mathrm{qa}} = -\underline{U}_{\mathrm{q1}}$
Fehlerstrom bei 1-pol. Leiter-Erde-Fehler = Erdschlussstrom = Reststrom	$\underline{I}_{\mathrm{aF}} = \underline{I}_{\mathrm{R}} = -\underline{I}_{\mathrm{CE}} - \underline{I}_{\mathrm{GE}} - \underline{I}_{\mathrm{ME}} = I_{\mathrm{Rw}} + \mathrm{j}\,I_{\mathrm{Rb}}$ $= \mathrm{j}\,\underline{I}_{\mathrm{CE}}\left(d+\mathrm{j}v\right) = 3\omega C_{\mathrm{E}}\left(d+\mathrm{j}v\right)\underline{U}_{\mathrm{q1}}$
Verstimmung $v > 0 \to$ unterkompensiert $v < 0 \to$ überkompensiert	$v = 1 - \frac{1}{3\omega^2 C_{\mathrm{E}} L_{\mathrm{ME}}}$
Dämpfung	$d = \frac{G_{\mathrm{ME}} + 3G_{\mathrm{E}}}{3\omega C_{\mathrm{E}}}$
Leiter-Erde-Spannungen der nicht fehlerbehafteten Leiter	$\underline{U}_{\mathrm{bF}} \approx -\sqrt{3}\,\underline{U}_{\mathrm{q1}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}$ $\underline{U}_{\mathrm{cF}} \approx -\sqrt{3}\,\underline{U}_{\mathrm{q1}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{6}}$
Erdfehlerfaktor	$\delta \approx \sqrt{3}$
Verlagerungsspannung im ungestörten, erdschlussfreien Betrieb Annahme: Unsymmetrische Leiter-Erde-Admittanzen $\underline{Y}_{\mathrm{aE}} \neq \underline{Y}_{\mathrm{bE}} \neq \underline{Y}_{\mathrm{cE}}$	
Sternpunkt-Erde-Spannung	$\underline{U}_{\mathrm{ME}} = \frac{-\underline{k}}{d+\mathrm{j}v}\underline{U}_{\mathrm{qa}}$
Unsymmetriefaktor	$\underline{k} = \frac{\underline{Y}_{\mathrm{aE}} + \underline{a}^2\,\underline{Y}_{\mathrm{bE}} + \underline{a}\,\underline{Y}_{\mathrm{cE}}}{3\omega C_{\mathrm{E}}}$
Mittelwert der/s Leiter-Erde-Kapazität/Leitwertes	$C_{\mathrm{E}} = \frac{1}{3}\left(C_{\mathrm{aE}} + C_{\mathrm{bE}} + C_{\mathrm{cE}}\right),\ G_{\mathrm{E}} = \frac{1}{3}\left(G_{\mathrm{aE}} + G_{\mathrm{bE}} + G_{\mathrm{cE}}\right)$

Verlagerungsspannung im ungestörten Betrieb und Reststrom bei Erdschluss in Abhängigkeit von der Verstimmung


13.5 Niederohmige Sternpunkterdung (NOSPE)

$\lvert \underline{Z}_{ME} \rvert = f\left(I''_{k1} < I''_{k1max}\right)$, $\underline{Z}_{1F} = \underline{Z}_{2F} \approx \underline{Z}_1$, $\underline{Z}_{0F} \approx \underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_{ME}$ $m \approx 3 \dots 5{,}5$ starr, teilstarr (HS- und HöS-Netze) $m > 4$ strombegrenzend (10 – 110-kV-Kabelnetze)		
Sternpunkt-Erde-Spannung	$\underline{U}_{ME} \approx -\underline{U}_{qa} + \underline{Z}_s \underline{I}_{aF}$	
Fehlerstrom bei 1-pol. Leiter-Erde-Fehler = Erdkurzschlussstrom	$\underline{I}_{aF} = \underline{I}''_{k1} = \frac{3}{2+\underline{m}} \frac{\underline{U}_{q1}}{\underline{Z}_{1F}} = \frac{3}{2+\underline{m}} \underline{I}''_{k3}$ mit $\underline{U}_{q1} = c\frac{U_{nN}}{\sqrt{3}}$ (Spannungsfaktor c siehe Abschnitt 12.3)	
Leiter-Erde-Spannungen der nicht fehlerbehafteten Leiter (siehe 13.2)	$\underline{U}_{bF} = f_b(\underline{m})$, $\underline{U}_{cF} = f_c(\underline{m})$ mit $\underline{m} \approx \frac{\underline{Z}_0 + 3\underline{Z}_{ME}}{\underline{Z}_1}$	
Erdfehlerfaktor	$\delta \leq 1{,}4$	wirksam geerdet starre/teilstarre Erdung
	$\delta \approx 1{,}4 \dots \sqrt{3}$	**nicht** wirksam geerdet strombegrenzende Erdung

14 Wärmelehre

Wärmestrom und Wärme(energie)	$P_{\text{th}}(t) = \dfrac{\mathrm{d}Q_{\text{th}}(t)}{\mathrm{d}t} = \dot{Q}_{\text{th}}(t)$
Energieerhaltungssatz (c_{p} : spez. Wärmekapazität)	$m c_{\text{p}} \Delta\vartheta = \Delta Q_{\text{th}} = Q_{\text{th,zu}} - Q_{\text{th,ab}}$
Thermischer Widerstand bei Wärmeleitung (λ : Wärmeleitfähigkeit)	$R_{\text{th}} = \dfrac{\Delta\vartheta}{P_{\text{th}}} = \dfrac{\Delta x}{\lambda A}$
Thermischer Widerstand bei Konvektion (α : Wärmeübergangskoeffizient)	$R_{\text{th}} = \dfrac{\Delta\vartheta}{P_{\text{th}}} = \dfrac{1}{\alpha A}$
Analogie zwischen thermischen und elektrischen Größen	
Wärmemenge in J = Ws	Ladung in C
Wärmestrom in W	Strom in A
Temperaturdifferenz in K	Spannung in V
Wärmekapazität in J/K	Kapazität in F
Wärmewiderstand in K/W	Widerstand in Ω
Wärmeleitfähigkeit in W/(m·K)	Elektrische Leitfähigkeit in S/m

15 Windenergie

Windenergie	$W_{\text{kin Wind}} = \dfrac{1}{2} m_{\text{Luft}} v_{\text{Wind}}^2$
Windleistung	$P_{\text{Wind}} = \dfrac{\mathrm{d}W_{\text{kin Wind}}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{1}{2} \rho_{\text{Luft}} A_{\text{Rotor}} v_{\text{Wind}}^3$
Rotorleistung (c_{p} : Leistungsbeiwert)	$P_{\text{Rotor}} = \dfrac{1}{2} \rho_{\text{Luft}} A_{\text{Rotor}} v_{\text{Wind}}^3 c_{\text{P}}(\lambda,\beta) = P_{\text{Wind}} c_{\text{P}}(\lambda,\beta)$
Schnelllaufzahl (n : Rotordrehzahl, R : Rotorradius)	$\lambda = \dfrac{v_{\text{Blattspitze}}}{v_{\text{Wind}}} = \dfrac{2\pi n R}{v_{\text{Wind}}}$
Generatorleistung (η_{ges} : Gesamtwirkungsgrad)	$P_{\text{Generator}} = P_{\text{Rotor}} \eta_{\text{ges}}$
Näherungsformel für c_{p} mit anlagenspezifischen Konstanten c_i	$c_{\text{P}}(\lambda,\beta) = c_1 \left(\dfrac{c_2}{\lambda_1} - c_3\beta - c_4\beta^{c_5} - c_6 \right) \mathrm{e}^{-\frac{c_7}{\lambda_1}}$ mit $\dfrac{1}{\lambda_1} = \dfrac{1}{\lambda + c_8\beta} - \dfrac{c_9}{\beta^3 + 1}$

16 Energiewirtschaft

Zusammenhang von Energie und Leistung	$P(t)=\dfrac{\mathrm{d}W(t)}{\mathrm{d}t}$ bzw. $\Delta W=W(t_1)-W(t_0)$ $=\int_{t_0}^{t_1} P(t)\mathrm{d}t$
Mittlere Leistung	$P_\mathrm{m}=\dfrac{1}{T_\mathrm{N}}\int_0^{T_\mathrm{N}} P(t)\,\mathrm{d}t$
Wirkungsgrad	$\eta=\dfrac{\text{abgegebene Leistung}}{\text{zugeführte Leistung}}=\dfrac{P_\mathrm{ab}}{P_\mathrm{zu}}=\dfrac{P_\mathrm{zu}-P_\mathrm{V}}{P_\mathrm{zu}}$
Belastungsgrad m und Benutzungsdauer T_m	$m=\dfrac{T_\mathrm{m}}{T_\mathrm{N}}=\dfrac{\int_0^{T_\mathrm{N}} P(t)/P_\mathrm{max}\,\mathrm{d}t}{T_\mathrm{N}}=\dfrac{W}{P_\mathrm{max}\,T_\mathrm{N}}=\dfrac{P_\mathrm{m}}{P_\mathrm{max}}$
Verlustarbeit W_V und Verluststundendauer T_V	$W_\mathrm{V}=\vartheta_\mathrm{W}\,P_\mathrm{V\,max}\,T_\mathrm{N}=\int_0^{T_\mathrm{N}} P_\mathrm{V}(t)\mathrm{d}t$ $=P_\mathrm{V\,m}\,T_\mathrm{N}=P_\mathrm{V\,max}\,T_\mathrm{V}$
Verlustfaktor	$\vartheta_\mathrm{W}=\dfrac{W_\mathrm{V}}{P_\mathrm{V\,max}\,T_\mathrm{N}}=\dfrac{\int_0^{T_\mathrm{N}} P_\mathrm{V}(t)\mathrm{d}t}{P_\mathrm{V\,max}\,T_\mathrm{N}}=\dfrac{P_\mathrm{V\,m}}{P_\mathrm{V\,max}}=\dfrac{T_\mathrm{V}}{T_\mathrm{N}}$ $\overset{U\approx\text{konst.}}{=}\dfrac{R\int_0^{T_\mathrm{N}} I^2(t)\mathrm{d}t}{R\,I_\mathrm{max}^2\,T_\mathrm{N}}$ $\overset{I^2\sim S^2}{=}\dfrac{\int_0^{T_\mathrm{N}} S^2(t)\mathrm{d}t}{S_\mathrm{max}^2\,T_\mathrm{N}}=\dfrac{\int_0^{T_\mathrm{N}} (S(t)/S_\mathrm{max})^2\,\mathrm{d}t}{T_\mathrm{N}}$
Gleichzeitigkeitsfaktor g (Anzahl k Haushalte)	$g(k)=\dfrac{p_\mathrm{SLA}(k)}{p_\mathrm{S}}\Leftrightarrow p_\mathrm{SLA}(k)=g(k)\,p_\mathrm{S}$ Spitzenlastanteil p_SLA Hausanschlussleistung p_S
Näherungsgleichung für den Gleichzeitigkeitsfaktor für Siedlungsgebiete	$g(k)=g_\infty+(1-g_\infty)\,k^{-\frac{3}{4}}$ Endwert für große Anzahl von Haushalten g_∞

17 Anhang

17.1 Ausgewählte SI-Basis-Einheiten

Größe	Symbol	Einheitenname	Zeichen
Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
Elektrische Stromstärke	I	Ampere	A
Thermodynamische Temperatur	T	Kelvin	K

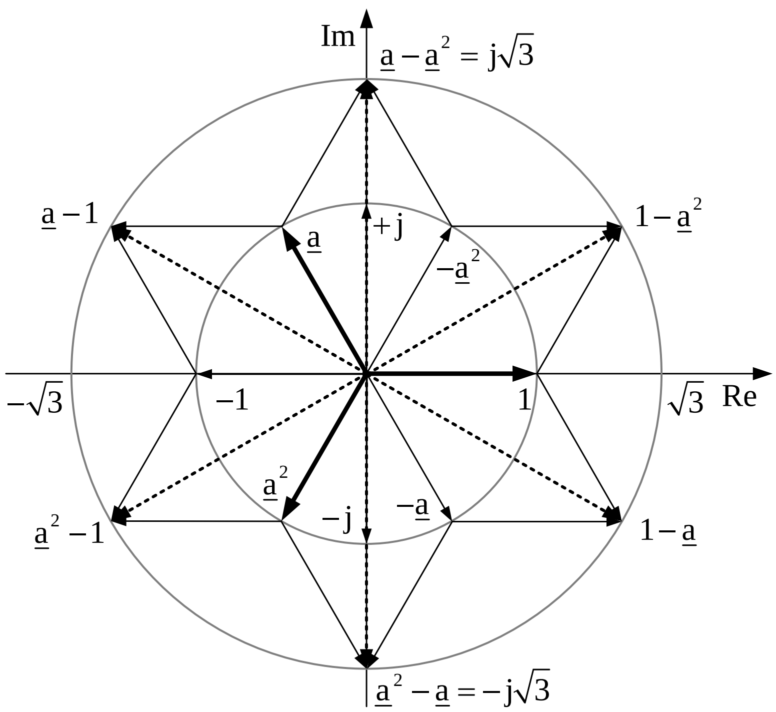
17.2 Ausgewählte abgeleitete SI-Einheiten

Größe	Symbol	Einheitenname	Zeichen
Energie, Arbeit, Wärme	W, Q	Joule	J
Dichte	ρ	Kilogramm/Kubikmeter	$\mathrm{kg/m^3}$
Drehmoment	M	Newtonmeter	N m
Ebener Winkel	α	Radiant	rad
Elektrischer Leitwert	G	Siemens	S
Elektrische Spannung	U	Volt	V
Elektrische Stromdichte	S	Ampere/Quadratmeter	$\mathrm{A/m^2}$
Elektrischer Widerstand	R	Ohm	Ω
Frequenz	f	Hertz	Hz
Geschwindigkeit	v	Meter/Sekunde	m/s
Induktivität	L	Henry	H
Kapazität	C	Farad	F
Kraft	F	Newton	N
Ladung	Q	Coulomb	C
Leistung	P	Watt	W
Magnetische Feldstärke	H	Ampere/Meter	A/m
Magnetische Flussdichte	B	Tesla	T
Massenträgheitsmoment	J	Kilogramm $\cdot$ Quadratmeter	$\mathrm{kg\,m^2}$
Permeabilität	μ	Henry/Meter	H/m
Temperatur	ϑ	Grad Celsius	°C
Winkelgeschwindigkeit	ω	Radiant/Sekunde	rad/s

17.3 Naturkonstanten und mathematische Konstanten

Konstante	Zahlenwert	Einheit
Kreiszahl π	$\pi = 3{,}14159...$	---
Eulersche Zahl e	$\mathrm{e} = 2{,}71828...$	---
Magnetische Feldkonstante μ_0	$\{\mu_0\} = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1{,}25663... \cdot 10^{-6}$	$\mathrm{V\,s/A\,m}$
Elektrische Feldkonstante ε_0	$\{\varepsilon_0\} = 8{,}85418... \cdot 10^{-12}$	$\mathrm{A\,s/V\,m}$
Lichtgeschwindigkeit c	$\{\mathrm{c}\} = 299\,792\,458$	$\mathrm{m/s}$
Zusammenhang der Naturkonstanten μ_0, ε_0 und c	$\mu_0 = 1/\varepsilon_0\,\mathrm{c}^2$	

17.4 Zeigerdrehungen mit $\underline{a}$ und j



17.5 *n*-te Wurzel aus einer komplexen Zahl $\underline{G}$

Formel von Moivre	$\sqrt[n]{\underline{G}} = \sqrt[n]{G} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(\frac{\varphi_{\mathrm{g}} + 2\pi k}{n}\right)}$, für $k = 0, 1, ..., n-1$ speziell für $n = 2$ folgt: $\sqrt{\underline{G}} = \pm\sqrt{G} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\varphi_{\mathrm{g}}}{2}}$

17.6 Umrechnungsformeln für hyperbolische und Exponentialfunktionen

Theorem	Umrechnungsformel
Eulersche Formel	$\mathrm{e}^{(\alpha+\mathrm{j}\beta)} = \cosh(\alpha+\mathrm{j}\beta)+\sinh(\alpha+\mathrm{j}\beta)$ $= \mathrm{e}^{\alpha}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta} = \mathrm{e}^{\alpha}(\cos\beta+\mathrm{j}\sin\beta)$
Hyperbelfunktionen mit komplexen Argumenten	$\cosh\left(\alpha+\mathrm{j}\beta\right)=\frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{\alpha+\mathrm{j}\beta}+\mathrm{e}^{-(\alpha+\mathrm{j}\beta)}\right)=\cosh\left(-(\alpha+\mathrm{j}\beta)\right)$
	$\sinh\left(\alpha+\mathrm{j}\beta\right)=\frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{\alpha+\mathrm{j}\beta}-\mathrm{e}^{-(\alpha+\mathrm{j}\beta)}\right)=-\sinh\left(-(\alpha+\mathrm{j}\beta)\right)$
	$\sinh\left(\alpha+\mathrm{j}\beta\right)=\sinh\left(\alpha\right)\cos\left(\beta\right)+\mathrm{j}\cosh\left(\alpha\right)\sin\left(\beta\right)$
	$\cosh\left(\alpha+\mathrm{j}\beta\right)=\cosh\left(\alpha\right)\cos\left(\beta\right)+\mathrm{j}\sinh\left(\alpha\right)\sin\left(\beta\right)$
	$\cosh\alpha=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\alpha}+\mathrm{e}^{-\alpha})=\cos(\mathrm{j}\alpha)$
	$\cosh(\mathrm{j}\beta)=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta})=\cos(\beta)$
	$\sinh\alpha=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\alpha}-\mathrm{e}^{-\alpha})=-\mathrm{j}\sin(\mathrm{j}\alpha)$
	$\sinh(\mathrm{j}\beta)=\frac{1}{2\mathrm{j}}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta}-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta})=\mathrm{j}\sin(\beta)$
	$\cosh\alpha+\sinh\alpha=\mathrm{e}^{\alpha}$
	$\cosh\alpha-\sinh\alpha=\mathrm{e}^{-\alpha}$
	$\cosh^2\alpha-\sinh^2\alpha=1$
	$\tanh\alpha=\dfrac{\sinh\alpha}{\cosh\alpha}=\dfrac{1}{\coth\alpha}$
Formel von Moivre für Hyperbelfunktionen	$\left(\cosh\alpha\pm\sinh\alpha\right)^n=\cosh\left(n\alpha\right)\pm\sinh\left(n\alpha\right)$

17.7 Umrechnungsformeln für trigonometrische Funktionen

Trigonometrische Funktionen	$\sin\alpha=\dfrac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypothenuse}}$
	$\sin\alpha=\frac{1}{2\mathrm{j}}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha}\right)=-\frac{1}{2\mathrm{j}}\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha}-\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}\right)=-\sin\left(-\alpha\right)$
	$\cos\alpha=\dfrac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenuse}}$
	$\cos\alpha=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha})=\cos(-\alpha)$
	$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{1}{\cot\alpha}=\dfrac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$
	$\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$

Additionstheoreme und Komplementsätze	$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \ \cos\beta \mp \sin\alpha \ \sin\beta$
	$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \ \cos\beta \pm \cos\alpha \ \sin\beta$
	$\cos\left(\alpha \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp\sin\alpha = \pm\sin\left(-\alpha\right)$
	$\sin\left(\alpha \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm\cos\left(\alpha\right) = \pm\cos\left(-\alpha\right)$
	$\cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2}\cos\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha$
	$\cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2}\cos\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha$
	$\sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2}\sin\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha$
	$\sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2}\sin\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha$
	$\cos\alpha + \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) = 0$
	$\sin\alpha + \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}) + \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}) = 0$
	$\cos^2\alpha + \cos^2(\alpha - \frac{2\pi}{3}) + \cos^2(\alpha + \frac{2\pi}{3}) = \frac{3}{2}$
Produkte	$\cos\alpha \ \cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$
	$\sin\alpha \ \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$
	$\sin\alpha \ \cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$
	$\cos\alpha \ \sin\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$
	$\cos\alpha \ \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) \ \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) = \frac{1}{4}\cos 3\alpha$
Winkelvielfache	$\sin(2\alpha) = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$
	$\cos(2\alpha) = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$
Sinussatz	$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$ (Die Winkel α, β, γ liegen den Seiten a, b, c gegenüber.)
Kosinussatz	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

17.8 Werte der trigonometrischen Funktionen für besondere Winkel

Winkel	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$